

TESIS DE GRADO

MODELADO ELECTROSÍSMICO 1-D

ALUMNO: FEDERICO GUSTAVO ENRIQUE SPÄTH

DIRECTORA: DRA. PATRICIA GAUZELLINO

CODIRECTOR: DR. FABIO IVÁN ZYSERMAN

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

NOVIEMBRE DE 2008



Índice

Resumen.....	1
1 Fundamentos teóricos.....	2
1.1 Reseña histórica.....	2
1.2 Fenómeno electrocinético.....	3
1.3 Ecuaciones completas de Pride.....	4
1.4 Coeficientes de transporte.....	9
2 Resolución numérica de las ecuaciones de Pride.....	12
2.1 Suposiciones del modelo	12
2.2 Ecuaciones de Maxwell.....	15
2.3 Condiciones de borde del modelo.....	16
2.4 Viscoelasticidad.....	19
2.5 Formulación variacional.....	20
2.6 Método de Elementos Finitos.....	21
3 Ejemplos numéricos.....	24
3.1 Introducción.....	24
3.2 Fuente EM.....	25
3.3 Modelo físico.....	26
3.4 Geometría de registración.....	28
3.5 Registros.....	29
3.6 Skin-depth difusivo.....	32
3.7 Inclusión del término de realimentación en las ecuaciones de Pride.....	34
3.8 Respuesta electrosísmica de un contacto agua-petróleo.....	37
3.9 Respuesta electrosísmica de un contacto agua-gas.....	40
3.10 Simulación con fuentes codificadas.....	43
4 Conclusiones y líneas de trabajo futuro.....	49
5 Referencias.....	50

Parámetros y variables empleados

Símbolo	Significado	Unidades
\vec{D}	Campo de desplazamiento	C / m^2
\vec{B}	Campo de inducción magnética	$N / (A \cdot m)$
\vec{E}	Campo eléctrico	V / m
\vec{H}	Campo magnético	A / m
g_0	Coefficiente de acople de masa	kg / m^3
L	Coefficiente de acople electrocinético	$A / (Pa \cdot m)$
L_0	Coefficiente de acople para $\omega=0$	$A / (Pa \cdot m)$
σ_f	Conductividad eléctrica del fluido	S / m
σ_0	Conductividad eléctrica para $\omega=0$	S / m
σ	Conductividad eléctrica	S / m
κ_f	Constante dieléctrica del fluido	-
κ_s	Constante dieléctrica del sólido	-
\vec{J}	Densidad de corriente	A / m^2
\vec{J}^{ext}	Densidad de corriente (fuente)	A / m^2
ρ_f	Densidad de la fase fluida	kg / m^3
ρ_s	Densidad de la fase sólida	kg / m^3
ρ_B	Densidad promedio del medio	kg / m^3
\vec{u}_f	Desplazamiento de la fase fluida	m
\vec{u}_s	Desplazamiento de la fase sólida	m
\vec{w}	Desplazamiento relativo grano-fluido	m
\vec{F}	Densidad de fuerza promedio	N / m^3
\vec{F}_s	Densidad de fuerza sobre el sólido	N / m^3
\vec{F}_f	Densidad de fuerza sobre el fluido	N / m^3
F	Factor de formación de la roca	-
d	Longitud de Debye	m
m	Factor geométrico poral	-
Λ	Factor geométrico de la roca	m
ω_t	Frecuencia angular de transición	rad / s
ω	Frecuencia angular	rad / s

Parámetros y variables empleados (*continuación*)

Símbolo	Significado	Unidades
G	Módulo de corte	Pa
C	Módulo de incompresibilidad de Biot	Pa
C_0	Molaridad	$mol / litro$
C_{em}	Conductancia de electromigración	S
C_{cos}	Conductancia electro-osmótica	S
M	Módulo de incompresibilidad de Biot	Pa
K_G	Módulo de bulk o incompresibilidad	Pa
K_f	Módulo de bulk del fluido	Pa
K_s	Módulo de bulk del sólido	Pa
K_{fr}	Módulo de bulk de la matriz seca	Pa
λ_c	Módulo de Lamé	Pa
k	Permeabilidad dinámica	m^2
k_0	Permeabilidad dinámica para $\omega=0$	m^2
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío	H / m
ε_0	Permitividad eléctrica del vacío	F / m
ϕ	Porosidad efectiva	-
ζ	Potencial zeta	V
p	Presión del fluido	Pa
ϵ_{ij}	Tensor de deformaciones	-
τ_{ij}	Tensor de esfuerzos	Pa
t	Tiempo	s
α_∞	Tortuosidad de la roca	-
η	Viscosidad del fluido	$Pa \cdot s$
S_w	Plano de corte	-

Resumen

En el presente trabajo se presentan y analizan las ecuaciones macroscópicas de Pride que describen la interacción entre los campos electromagnéticos y los campos de desplazamientos en medios porosos completamente saturados por un electrolito. A partir de estas ecuaciones generales se realiza una serie de suposiciones que conduce a un problema diferencial unidimensional que es resuelto numéricamente mediante el método de elementos finitos.

A través de ejemplos numéricos se analiza la importancia de modelar con un grillado que tenga en cuenta el skin-depth difusivo en zonas del subsuelo con contraste de sus propiedades electrosísmicas, y se estudia la validez de despreciar el término de realimentación por electrofiltración en las ecuaciones de Pride. También se plantea un hipotético método de exploración, que emplea una fuente electromagnética situada en la superficie terrestre y que registra desplazamientos tanto en pozo como en la superficie, y se estudia el alcance de este método para diferentes escenarios de reservorios que contemplan la presencia de capas saturadas con gas y con petróleo. En el último ejemplo numérico se presenta y estudia una clase particular de señales de excitación que son las señales codificadas.

1 Fundamentos teóricos

Resumen

En este capítulo se realiza una breve reseña histórica de los fenómenos electrosísmico (ES) y sismoeléctrico (SE). Luego se explica en qué consiste la electrocinesis, responsable de las conversiones SE y ES, y se presentan los postulados y suposiciones que conducen al conjunto de ecuaciones de Pride, que gobiernan el acople entre los campos electromagnéticos y acústicos en medios porosos saturados.

1.1 Reseña histórica

El primer trabajo en el que se realizaron mediciones de conversión de energía sísmica en eléctrica, y el fenómeno inverso de conversión de energía eléctrica a energía sísmica corresponde a Blau y Statham quienes, en 1936, patentaron un método de prospección sismoeléctrico [Blau y Statham, 1936]. Pocos años más tarde, Ivanov registró conversiones sismoeléctricas utilizando explosivos como fuente y antenas como receptores. Además detectó un fenómeno de naturaleza no lineal que denominó electrosísmica de segunda especie [Ivanov, 1939]. Las conversiones de segunda especie también fueron observadas por Martner y Sparks, quienes las asociaron a *respuestas de interfase* generadas en zonas del subsuelo que presentan un marcado contraste de ciertas propiedades del fluido o la roca [Martner y Sparks, 1959].

En 1939, Thompson realizó experiencias de campo empleando el método de Blau y Statham, y aunque también registró conversión sismoeléctrica, no realiza una fundamentación teórica de la fenomenología [Thompson, 1939]. Desde estos primeros trabajos y hasta la fecha, son numerosos los autores que observaron conversiones sismoeléctricas e implementaron metodologías para detectar por medio de las mismas objetivos someros como acuíferos o el nivel freático ([Long y Rivers, 1975], [Maxwell et al., 1992], [Thompson y Gist, 1993], [Butler et al., 1996]). No ocurre lo mismo con las conversiones electrosísmicas. La única implementación en campo de una metodología electrosísmica con fines exploratorios, en la que se generaron ondas acústicas a partir de una fuente electromagnética (EM), fue llevada a cabo por la empresa petrolera Exxon Mobil y patentada en 1999 [Thompson y Gist, 1999]. La

técnica se implementó en tres escenarios diferentes, pudiendo detectarse areniscas saturadas con gas hasta casi 1000 m de profundidad [Thompson et al., 2005a, 2005b, 2007]. La empresa Exxon Mobil también implementó y patentó el uso de señales de emisión codificadas como fuente electromagnética de emisión [Hornbostel et al., 2003]. El empleo de señales codificadas como fuente de excitación será tratado en el *capítulo 3*.

Los primeros trabajos teóricos sobre electrosísmica y sismoeléctrica ([Frenkel, 1944], [Nourbehecht, 1963] y [Neev y Yeatts, 1989]), no fueron del todo generales y, por ejemplo, no contemplaban la posibilidad de que ondas de corte generen energía electromagnética. El primer trabajo teórico que incorpora el sistema completo de ecuaciones de Maxwell corresponde a Pride [Pride, 1994]. En su publicación, el autor, mediante promedio volumétrico, obtiene las ecuaciones macroscópicas que describen los fenómenos electrosísmico y sismoeléctrico.

Diversos autores han implementado métodos numéricos para resolver el conjunto de ecuaciones de Pride ([Han y Wang, 2001], [Pain et al., 2005], [Haines y Pride, 2006], [White, 2005] y [White y Zhou, 2006]), mediante diferentes aproximaciones para el estudio numérico del problema. En el presente trabajo las ecuaciones de Pride serán resueltas mediante elementos finitos con condiciones de borde absorbentes.

1.2 Fenómeno electrocinético

En medios porosos completamente saturados por un electrolito, como el subsuelo terrestre, existe un acoplamiento entre los campos electromagnéticos y las ondas sísmicas debido al fenómeno *electrocinético*.

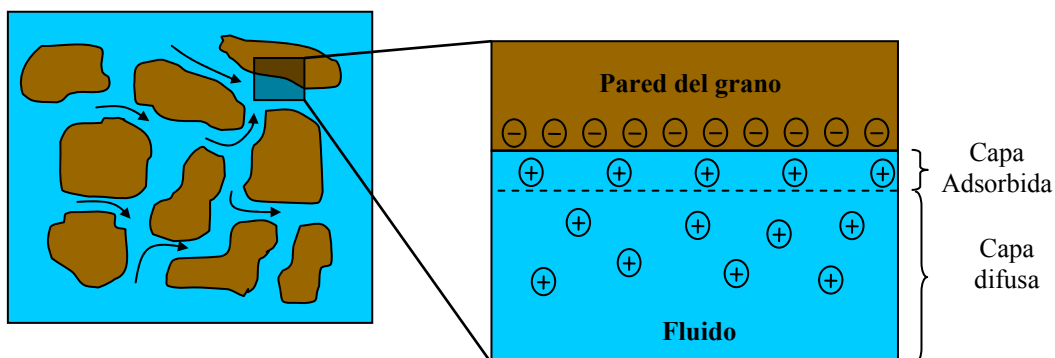


Figura 1.1: a la izquierda se esquematiza el movimiento relativo entre las fases sólida y fluida en un medio poroso completamente saturado por un electrolito. A la derecha se esquematiza la doble capa eléctrica, responsable del fenómeno electrocinético (la línea punteada corresponde al plano de corte).

Si un electrolito, de carga neta nula, entra en contacto con una superficie sólida de carga neutra, aniones del electrolito son adsorbidos químicamente a la superficie de los granos sólidos dejando un exceso neto de cationes distribuidos cerca del contacto entre el sólido y el fluido [Pride y Morgan, 1991]. Esta región donde las cargas del electrolito se separan se denomina *doble capa eléctrica*, y se subdivide en una *capa adsorbida* y una *capa difusa* (figura 1.1). En la capa adsorbida las moléculas e iones están inmóviles y su espesor es del orden de 10 Å. En la capa difusa existe una distribución de cationes móviles cuya posición está determinada por un balance entre la atracción electrostática de la capa adsorbida y la difusión hacia la zona neutra del electrolito. Asumiremos que la distribución difusa de cargas móviles es la única responsable del fenómeno electrocinético. La superficie que separa la capa difusa de la capa adsorbida se denomina *plano de corte* (S_w) y tiene un potencial eléctrico estático asociado llamado *potencial zeta* (ζ). El potencial zeta, como se verá más adelante, juega un rol muy importante en el fenómeno electrocinético ya que es uno de los parámetros que contribuyen a la cuantificación de las conversiones ES.

Si un campo electromagnético es inducido en un medio con estas características, se producirá un movimiento relativo entre los iones de la capa difusa y los iones fijos de la capa adsorbida que se manifestará como una onda mecánica (fenómeno *electrosísmico*). De forma recíproca, cualquier perturbación mecánica que produzca movimiento relativo entre la fase sólida y el electrolito producirá movimiento entre los iones de la capa difusa y los iones fijos de la capa adsorbida generando, por lo tanto, un campo eléctrico variable (fenómeno *sismoeléctrico*).

1.3 Ecuaciones completas de Pride

Como ya fue mencionado, para obtener las ecuaciones macroscópicas que gobiernan a los fenómenos electrosísmico y sismoeléctrico, Pride realiza un promedio volumétrico de las ecuaciones mecánicas y electromagnéticas que describen el comportamiento de las fases fluida y sólida a escala microscópica. El volumen sobre el cual realiza el promedio es de una escala mayor a la de los granos pero mucho menor a la longitud de onda de las ondas mecánicas.

El acoplamiento electrocinético surge de plantear únicamente dos postulados:

- Los granos sólidos poseen una densidad de carga superficial adsorbida a su superficie. Es decir, se supone que la capa adsorbida tiene un espesor despreciable y que se ubica sobre el plano de corte (ver *figura 1.1*).
- Previo al arribo de una perturbación la carga neta de un volumen del material poroso saturado por el electrolito es nula.

Partiendo de estos dos postulados, la obtención de las ecuaciones macroscópicas implica una serie de suposiciones que se detalla a continuación:

- 1- Sólo se tienen en cuenta *perturbaciones lineales* que satisfacen el principio de superposición lineal.
- 2- El fluido es un *electrolito ideal*: los iones del fluido se mueven de forma independiente entre si. Esta suposición es válida siempre y cuando las concentraciones iónicas sean menores a 1 mol/litro.
- 3- Los granos sólidos y las leyes constitutivas macroscópicas se suponen *isótropos*.
- 4- Se *ignoran los efectos de difusión* inducidos por ondas (flujo asociado a la presencia de gradientes en la concentración iónica inducidos por ondas mecánicas). Para ello se deben satisfacer dos requisitos: la constante dieléctrica de los granos debe ser mucho menor que la del electrolito (en un factor de 10 o mayor) y el espesor de la doble capa eléctrica debe ser mucho menor que el radio de curvatura de los granos sólidos. Para rocas sedimentarias completamente saturadas con agua o hidrocarburos se satisfacen ambos requisitos.
- 5- *No existe scattering* de las ondas mecánicas producido por los granos del medio poroso. Para que esto sea válido las longitudes de onda involucradas deben ser mucho mayores que el tamaño de los granos ($\lambda \geq 1mm$). Por ello la máxima frecuencia que puede ser considerada para las ondas mecánicas es de $10^6 Hz$, la cual está muy por encima de las frecuencias de interés sísmico.

A partir de los dos postulados enunciados al principio de esta sección, las suposiciones recién mencionadas, y asumiendo una dependencia temporal de tipo $e^{+i\omega t}$, el sistema completo de ecuaciones acopladas que gobierna los fenómenos electrosísmico y sismoeléctrico es [Pride, 1994]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega \vec{D} + \vec{J} + \vec{J}^{ext} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \tau_B = -\omega^2 (\rho_B \vec{u}_s + \rho_f \vec{w}) + \vec{F} \quad (1.3)$$

$$\vec{J} = \sigma(\omega) \vec{E} + L(\omega) \left(-\vec{\nabla} p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s + \vec{F}^f \right) \quad (1.4)$$

$$i\omega \vec{w} = L(\omega) \vec{E} + \frac{k(\omega)}{\eta} \left(-\vec{\nabla} p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s + \vec{F}^f \right) \quad (1.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \left[\frac{\phi}{\alpha_\infty} (\kappa_f - \kappa_s) + \kappa_s \right] \vec{E} \quad (1.6)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.7)$$

$$\tau_{ij} = 2G \epsilon_{ij} + \delta_{ij} \left(K_G \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s + C \vec{\nabla} \cdot \vec{w} \right) \quad (1.8)$$

$$-p = C \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_s + M \vec{\nabla} \cdot \vec{w} \quad (1.9)$$

Estas ecuaciones relacionan el campo eléctrico \vec{E} , el campo magnético \vec{H} , la inducción magnética \vec{B} , el campo de desplazamiento \vec{D} y la densidad de corriente \vec{J} con los desplazamientos del sólido \vec{u}_s y con los desplazamientos relativos grano-fluido $\vec{w} = \phi(\vec{u}_f - \vec{u}_s)$, donde ϕ es la porosidad de la roca. La respuesta mecánica también está caracterizada por la presión del fluido p (presión intersticial), y por esfuerzos descritos por el tensor de esfuerzos promedio o bulk τ_B que se define como $\tau_B = \tau_f \phi + (1 - \phi) \tau_s$, donde τ_s y τ_f son los tensores de esfuerzos promedio en los granos y en el fluido respectivamente.

Otros términos que intervienen en las ecuaciones son la viscosidad del fluido η , la tortuosidad de la roca α_∞ cuyo valor es 1 para tubos paralelos y 3 para tubos orientados aleatoriamente, y que puede ser escrita en función de la porosidad como $\alpha_\infty = 0.5(1 + 1/\phi)$, y la densidad bulk del medio $\rho_B = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_s$, donde ρ_f es la densidad del fluido y ρ_s la densidad del sólido (de los granos que constituyen la roca).

Los parámetros $\sigma(\omega)$, $L(\omega)$ y $k(\omega)$ son denominados *coeficientes de transporte* y corresponden a la conductividad eléctrica, al coeficiente de acople

electrocinético y a la permeabilidad dinámica, respectivamente. Los mismos serán tratados con mayor detalle en la *sección 4*.

\vec{F} y \vec{F}^f en las ecuaciones (1.3)-(1.5) representan las fuentes de ondas mecánicas. Si una fuente mecánica ejerce una densidad de fuerza promedio \vec{F}^f sobre la fase fluida y una densidad de fuerza promedio \vec{F}^s sobre la fase sólida, entonces el término \vec{F} en la ecuación (1.3) se define como $\vec{F} \equiv \phi \vec{F}^f + (1 - \phi) \vec{F}^s$ [Pride y Haartsen, 1996]. Para algunas fuentes (como las explosivas) se puede asumir que la fuerza aplicada al sólido es la misma que la aplicada al fluido por lo que $\vec{F} = \vec{F}^f$. La fuente de campos electromagnéticos es la densidad de corriente \vec{J}^{ext} presente en la ecuación (1.2). En la ecuación (1.1) no se incluye una fuente magnética ya que dicho término siempre puede ser representado de forma exacta por una distribución geométrica particular de corriente aplicada \vec{J}^{ext} [Pride y Haartsen, 1996].

G es el módulo de corte de la matriz de granos en ausencia de fluido. Los parámetros poroelásticos K_G , C y M pueden ser escritos en función del módulo de bulk de la matriz de granos en ausencia de fluidos K_{fr} y de los módulos de bulk del sólido K_s y del fluido K_f :

$$K_G = \frac{K_{fr} + \phi K_f + (1 + \phi) K_s \Delta}{1 + \Delta} \quad (1.10)$$

$$C = \frac{K_f + K_s \Delta}{1 + \Delta} \quad (1.11)$$

$$M = \frac{1}{\phi} \frac{K_f}{1 + \Delta} \quad (1.12)$$

Siendo el parámetro adimensional Δ igual a:

$$\Delta = \frac{K_f}{\phi K_s^2} \left[(1 - \phi) K_s - K_{fr} \right] \quad (1.13)$$

Si la roca estuviera saturada por dos fases líquidas, como es el caso de una roca saturada por agua y petróleo, el módulo de bulk efectivo del fluido será:

$$K_f = \left[\frac{S_w}{K_w} + \frac{(1 - S_w)}{K_{g,o}} \right]^{-1} \quad (1.14)$$

S_w es la saturación de agua (fracción volumétrica del espacio poral ocupado por agua) y K_w su modulo de bulk. $K_{g,o}$ es el módulo de bulk de la otra fase del fluido que puede ser tanto gas (g) como petróleo (o).

El sistema de ecuaciones (1.1)-(1.9) no es otra cosa que las ecuaciones de Biot [Biot, 1956a, 1956b, 1962a, 1962b] acopladas a las ecuaciones de Maxwell. Estas últimas gobiernan a los fenómenos electromagnéticos, mientras que la teoría de Biot describe matemáticamente la propagación de perturbaciones mecánicas en medios porosos saturados por un fluido viscoso. La teoría predice la existencia de un modo de propagación transversal (onda de corte) y dos longitudinales denominadas onda rápida y lenta de Biot. Tanto las ondas de presión como la de corte pueden producir movimiento relativo entre el sólido y el fluido al atravesar una interfase del subsuelo, y por lo tanto resultar en la generación de una corriente eléctrica.

El acoplamiento entre las ecuaciones de Biot y las de Maxwell está presente en las *ecuaciones de transporte* (1.4) y (1.5), y está cuantificado por el coeficiente de acople $L(\omega)$. En ausencia de acoplamiento ($L(\omega)=0$) y para sólidos estacionarios ($\ddot{\vec{u}}_s = \dot{\vec{u}}_s = \vec{0}$), las ecuaciones de transporte se reducen a la ley de Ohm para densidad de corriente eléctrica y la ley de Darcy para fluidos viscosos en un medio poroso.

Las ecuaciones (1.6) y (1.7) son las leyes constitutivas electromagnéticas e involucran la permitividad eléctrica del vacío ε_0 , la permeabilidad magnética del vacío μ_0 , y las constantes dieléctricas del sólido κ_s y del fluido κ_f . En la ecuación (1.7) se emplea la permeabilidad magnética del vacío ya que se asume que las susceptibilidades magnéticas de las fases sólida y líquida son despreciables, es decir, se supone que el hierro, níquel o cobalto no son constituyentes mayores de las mismas.

Las ecuaciones (1.8) y (1.9) son las leyes poroelásticas constitutivas. La expresión (1.8) corresponde a la ley de Hooke para medios porosos saturados e isotrópicos, relaciona al tensor promedio de las tensiones τ_{ij} con el tensor promedio de las deformaciones ϵ_{ij} . δ_{ij} es la delta de Kronecker cuyos valores son $\delta_{ij} = 1$ para $i = j$ y $\delta_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

Partiendo de las ecuaciones de Pride se deduce que el acoplamiento electrocinético puede manifestarse de dos formas:

1- Si un campo eléctrico \vec{E} es inducido en un medio poroso completamente saturado por un electrolito, no sólo producirá corrientes de conducción $\sigma\vec{E}$ como predice la ecuación (1.4), sino que el campo también actuará sobre el exceso de cargas de la capa difusa, que por tracción viscosa, arrastrará al resto del fluido. Esto resultará

en un movimiento relativo fluido-sólido cuantificado por $L(\omega)\vec{E}$ en la ecuación (1.5). Esta generación de movimiento relativo a partir de la aplicación de un campo eléctrico se denomina *electro-ósmosis* y es la responsable del fenómeno *electrosísmico*.

2- También es posible el fenómeno inverso. Al propagarse las ondas sísmicas, generan una fuerza volumétrica $(-\vec{\nabla}p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s)$ que no sólo se manifiesta como un movimiento relativo \vec{w} entre las fases fluida y sólida como lo predice la ley de Darcy (1.5), sino que también produce un movimiento de las cargas de la capa difusa relativo a las cargas adsorbidas, lo que resulta en una densidad de corriente eléctrica $L(\omega)(-\vec{\nabla}p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s)$ tal como predice la ecuación (1.4). La generación de una corriente eléctrica a partir de un gradiente de presiones aplicado sobre el fluido se denomina *electrofiltración* y es la responsable del fenómeno *sismoeléctrico*.

1.4 Coeficientes de transporte

Las expresiones analíticas de los coeficientes de transporte, dependientes de la frecuencia, que obtiene Pride en su trabajo son las siguientes:

$$k(\omega) = k_0 \left[\left(1 - i \frac{\omega}{\omega_t} \frac{4}{m} \right)^{\frac{1}{2}} - i \frac{\omega}{\omega_t} \right]^{-1} \quad (1.15)$$

$$L(\omega) = L_0 \left[1 - i \frac{\omega}{\omega_t} \frac{m}{4} \left(1 - 2 \frac{d}{\Lambda} \right)^2 \left(1 - i^{3/2} d \sqrt{\frac{\omega \rho_f}{\eta}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.16)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\phi \sigma_f}{\alpha_\infty} \left[1 + \frac{2[C_{em} + C_{os}(\omega)]}{\sigma_f \Lambda} \right] \quad (1.17)$$

m es un número adimensional que depende de la geometría poral y se define como:

$$m = \frac{\phi}{\alpha_\infty k_0} \Lambda^2 \quad (1.18)$$

Existe evidencia de laboratorio y numérica de que, para una gran variedad de materiales porosos, m se encuentra en el intervalo $4 \leq m \leq 8$ [Pride, 1994]. La constante Λ en (1.18) es un factor geométrico proporcional al cociente entre el volumen

poral y la superficie del grano, y d es la longitud de Debye que corresponde a una medida del espesor de la doble capa eléctrica.

C_{em} es el exceso de conductancia asociada a la electro-migración de iones de la doble capa y $C_{os}(\omega)$ es la conductancia electro-osmótica que representa la conductancia asociada a convección eléctrica inducida de los iones en exceso de la doble capa.

Tanto en la expresión de la permeabilidad dinámica, como en la del coeficiente de acople interviene la *frecuencia de transición* ω_t , definida como:

$$\omega_t = \frac{\eta}{\rho_f} \frac{\phi}{\alpha_\infty k_0} \quad (1.19)$$

Para frecuencias por debajo de la frecuencia de transición ($\omega < \omega_t$) el flujo es de tipo viscoso, en cambio, para frecuencias altas ($\omega > \omega_t$) el flujo es de tipo inercial. Es decir, para frecuencias mayores a la frecuencia de transición las fuerzas inerciales en los poros comienzan a dominar el corte viscoso excepto para una capa límite cercana a la superficie poral. La generación de dichas capas límites cambia la amplitud y fase del transporte inducido. Para rocas típicas $\omega_t / 2\pi > 10^5$ Hz, por lo que la frecuencia de transición se encuentra muy por encima del ancho de banda sísmico que nos es de interés (10 Hz – 100 Hz). Para estas frecuencias de interés las expresiones de los coeficientes de transporte se reducen a:

$$k(\omega) = k_0 = \frac{1}{m} \frac{\phi}{\alpha_\infty} \Lambda^2 \quad (1.20)$$

$$L(\omega) = L_0 = -\frac{\varepsilon_0 K_f \zeta}{\eta F} \quad (1.21)$$

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 = \frac{\sigma_f}{F} \quad (1.22)$$

En las expresiones (1.21) y (1.22) interviene un parámetro geométrico que es el factor de formación $F = \alpha_\infty / \phi$.

El *potencial zeta* ζ , presente en la ecuación (1.21), es una medida de las cargas disponibles para transporte en la capa difusa en el límite grano-fluido. Cumple un rol importante en el fenómeno electrocinético ya que el coeficiente de acople $L(\omega)$, que determina la existencia y magnitud de las ondas mecánicas inducidas, depende de él. Debido a la complejidad de la capa adsorbida, que fue simplificada en el modelo de doble capa eléctrica de la *figura 1.1*, una determinación teórica de ζ es problemática.

Su valor puede ser calculado a partir de la molaridad C_0 (concentración de sales en *mol/litro*) y del pH del electrolito mediante la siguiente ley empírica [Pride y Morgan, 1991]:

$$\zeta_{[mV]} = (0.01 + 0.025 \log_{10} C_0) \left(\frac{pH - 2}{5} \right) \quad (1.23)$$

Cuando la capa difusa contiene un exceso de cargas positivas, el valor de ζ es negativo; y su valor es positivo cuando la capa difusa contiene un exceso de cargas negativas. Dado que la mayor parte de los minerales poseen una carga superficial neta negativa, el exceso de cargas de la capa difusa es positivo, lo que se manifiesta en valores negativos del potencial zeta.

2 Resolución numérica de las ecuaciones de Pride

Resumen

En la primer parte de este capítulo se realizará una serie de suposiciones que reducirá el problema general planteado en el *capítulo 1* a un problema unidimensional, tanto en lo que respecta a la fuente EM como al modelo físico. Una vez reducidas las ecuaciones de Pride a un caso unidimensional se procederá a explicar el procesamiento realizado para resolver numéricamente las ecuaciones de Maxwell, se describirán las condiciones de borde computacionales, se indicará cómo es posible incorporar la naturaleza viscoelástica del medio físico en el modelo y, por último, se presentarán las formas variacionales y de elementos finitos de las ecuaciones reducidas de Pride.

2.1 Suposiciones del modelo

En esta sección se realizará una serie de suposiciones que resultarán en un conjunto de ecuaciones simplificadas en las que la respuesta electromagnética puede ser determinada independientemente de la respuesta poroelástica:

a) Para el rango de frecuencias sísmicas, y para los diferentes materiales de interés, las corrientes de desplazamiento $-i\omega\epsilon\vec{E}$ pueden ser despreciadas, ya que son cuatro órdenes de magnitud menores a las corrientes de conducción $\sigma\vec{E}$. Es decir: $\omega\epsilon/\sigma < 10^{-4}$.

b) Otra aproximación será suponer que la realimentación por electrofiltración es despreciable. Es decir, supondremos que la generación de una corriente eléctrica debida al gradiente de presión inducido representado por el término $L(\omega)(-\vec{\nabla}p + \omega^2\rho_f\vec{u}_s)$ en la ecuación de transporte (1.4), es despreciable frente a la corriente de conducción $\sigma\vec{E}$. La amplitud de este efecto de realimentación puede ser estimada suponiendo un campo eléctrico inducido en un medio homogéneo. Para ese caso, la filtración del fluido

$L(\omega)\vec{E}$ en la ecuación (1.5) es compensada por la filtración del fluido de Darcy $\frac{k(\omega)}{\eta}(-\vec{\nabla}p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s)$, lo que resulta en que no haya flujo:

$$L(\omega)\vec{E} + \frac{k(\omega)}{\eta}(-\vec{\nabla}p + \omega^2 \rho_f \vec{u}_s) = 0 \quad (2.1)$$

Reemplazando (2.1) en la ecuación (1.4) se obtiene:

$$\vec{J} = \sigma(\omega)\vec{E} \left(1 - \frac{\eta L^2(\omega)}{k(\omega)\sigma(\omega)} \right) \quad (2.2)$$

El término correctivo satisface

$$\frac{\eta L(\omega)^2}{k(\omega)\sigma(\omega)} < 10^{-5} \text{ para todos}$$

los materiales de interés por lo que puede ser despreciado en la ecuación (2.2), por lo tanto, la respuesta poroelástica se desacopla de los campos eléctricos generados. En el capítulo 3 se estudiará el efecto del término de realimentación en la respuesta mecánica y se compararán los resultados con un ejemplo numérico en el que fue despreciado dicho término de realimentación.

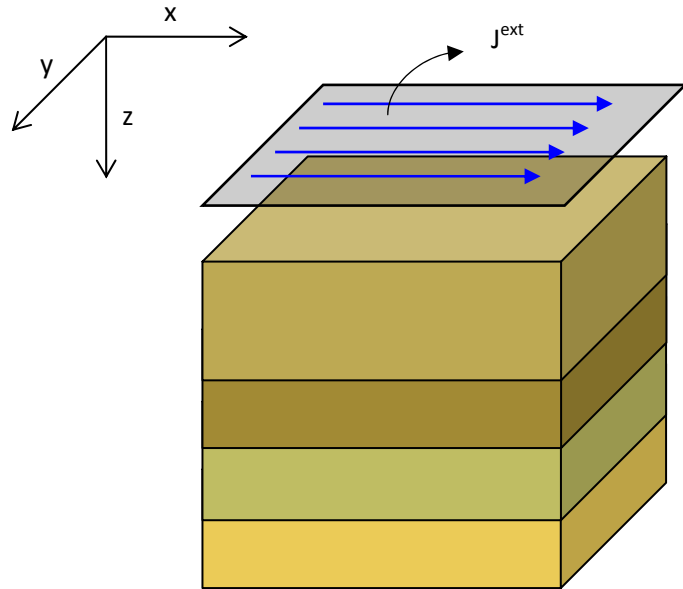


Figura 2.1: modelo físico 1-D. En azul se indica la dirección en la que oscila la fuente eléctrica.

c) También asumiremos que para el rango de las frecuencias sísmicas $L(\omega) \approx L_0$. Donde L_0 es el valor del coeficiente de acople para $\omega = 0$. Como se vio anteriormente, esta es una buena aproximación para las frecuencias en estudio (ecuación (1.21)).

d) No se considerarán fuentes sísmicas. El interés de este trabajo es la electrosísmica por lo que en las ecuaciones (1.3) – (1.5) tendremos que $\vec{F} = \vec{F}^f = \vec{0}$.

e) La elección del modelo del subsuelo corresponde a un semiespacio estratificado en diferentes capas planas paralelas y homogéneas distribuidas a lo largo del eje z (*figura 2.1*). La simetría de este modelo físico es tal, que sólo presenta variaciones en la dirección del eje z . Es decir, el modelo físico es unidimensional (1-D).

f) En cuanto a la fuente electromagnética, la misma corresponde a un plano de corriente eléctrica dependiente del tiempo que oscila en la dirección del eje x (*figura 2.1*). La simetría de esta fuente es tal, que la variación de los campos magnéticos y eléctricos depende únicamente de la coordenada z . Por lo tanto, la fuente electromagnética, al igual que el medio físico, es unidimensional.

Las suposiciones realizadas conducen a un problema unidimensional, tanto en lo que respecta a la fuente electromagnética como al medio físico, donde el campo EM tiene un comportamiento difusivo, ya que fueron despreciadas las corrientes de desplazamiento, y no tiene contribuciones (vía el coeficiente L) de desplazamientos mecánicos. La polarización de las ondas mecánicas generadas por una fuente con estas simetrías corresponde a ondas de corte SH ya que el desplazamiento del fluido y del sólido es posible únicamente a lo largo del eje x .

Teniendo en cuenta las suposiciones sobre el modelo recién descritas se puede reescribir al sistema de ecuaciones (1.1) - (1.9) como:

$$\frac{\partial E_x(z, \omega)}{\partial z} + i\omega\mu_0 H_y(z, \omega) = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (2.3)$$

$$\sigma E_x(z, \omega) + \frac{\partial H_y(z, \omega)}{\partial z} = -J^{ext} \quad \text{en } \Omega \quad (2.4)$$

$$-\omega^2 \rho_b u_x^s(z, \omega) - \omega^2 \rho_f u_x^f(z, \omega) - \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_x^s(z, \omega)}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{en } \Omega^B \quad (2.5)$$

$$-\omega^2 \rho_f u_x^s(z, \omega) - \omega^2 g_0 u_x^f(z, \omega) + i\omega \frac{\eta}{k_0} u_x^f(z, \omega) = \frac{\eta}{k_0} L_0 E_x(z, \omega) \quad \text{en } \Omega^B \quad (2.6)$$

Donde $g_0 = \frac{3}{2} \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi}$ es el coeficiente de acople de masas para $\omega = 0$ y

representa los efectos inerciales asociados a las interacciones dinámicas entre las fases sólida y fluida (entre la matriz porosa y el fluido, en el medio de Biot).

El símbolo Ω hace referencia al dominio computacional completo donde son resueltas las ecuaciones de Maxwell: incluye una capa de aire de 100 m por encima de la superficie para evitar que el límite computacional de Maxwell coincida con la posición de la fuente EM. Ω^B es la porción del dominio donde deben ser resueltas las ecuaciones de Biot, es decir, únicamente el subsuelo (sin la capa de aire).

Llamaremos $\Gamma^{s,M}$ y $\Gamma^{i,M}$ a los límites superior e inferior del dominio donde deben resolverse las ecuaciones de Maxwell, mientras que los límites del dominio donde deben resolverse las ecuaciones de Biot los denominaremos $\Gamma^{s,B}$ y $\Gamma^{i,B}$ (figura 2.2).

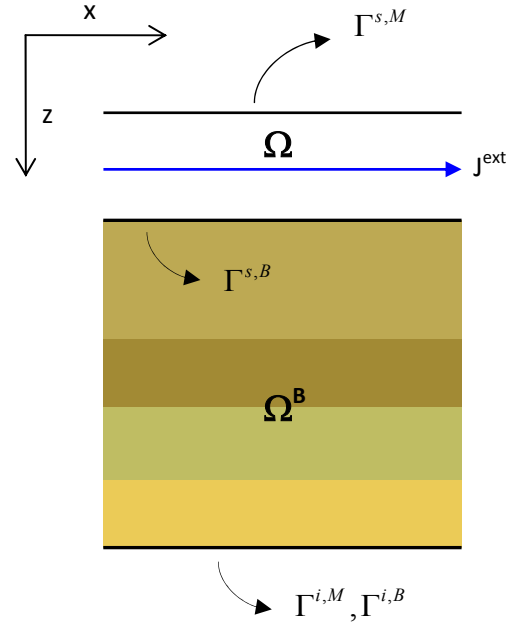


Figura 2.2: dominios computacionales y sus límites.

2.2 Ecuaciones de Maxwell

Para resolver numéricamente las ecuaciones de Maxwell, en lugar de resolver las ecuaciones (2.3) y (2.4), es usual descomponer a los campos \vec{E} y \vec{H} como una combinación de los denominados *campos primarios o principales* \vec{E}^p y \vec{H}^p , y los *campos secundarios* \vec{E}^s y \vec{H}^s . Los campos secundarios son perturbaciones de los campos primarios, los cuales se resuelven, en caso de ser posible, de forma analítica.

Asumiendo un modelo físico formado por un espacio de conductividad σ^p y una fuente de densidad de corriente \vec{J}^{ext} consistente en un plano infinito paralelo al

plano xy situada en $z = z_s \geq 0$, las ecuaciones de Maxwell para los campos primarios pueden ser escritas como [Ward y Hohmann, 1987]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}^p = -i\omega\mu_0\vec{H}^p \quad (2.7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}^p = \sigma^p \vec{E}^p + \vec{J}^{ext} \quad (2.8)$$

Superponiendo al modelo físico recién descrito un semiespacio de capas planas paralelas horizontales con diferentes conductividades:

$$\sigma_c(z) = \sigma^p + \sigma^s(z) \quad (2.9)$$

Siendo σ^p la conductividad constante de fondo y $\sigma^s(z)$ la anomalía de conductividad.

Llamando $\vec{E} = \vec{E}^s + \vec{E}^p$ y $\vec{H} = \vec{H}^s + \vec{H}^p$ a las soluciones de:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu_0\vec{H} \quad (2.10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma_c(z)\vec{E} + \vec{J}^{ext} \quad (2.11)$$

Y restando la ecuación (2.7) a la (2.10) y la (2.8) a la (2.11) se obtiene un nuevo sistema:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}^s = -i\omega\mu_0\vec{H}^s \quad (2.12)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}^s = \sigma_c \vec{E}^s + \sigma^s \vec{E}^p \quad (2.13)$$

Para este nuevo conjunto de ecuaciones la fuente de los campos secundarios es una corriente de conducción donde la conductividad involucrada corresponde a las anomalías de conductividad y el campo eléctrico es el primario, que puede ser calculado analíticamente.

2.3 Condiciones de borde del modelo

El sistema de ecuaciones (2.3)-(2.6) debe tener condiciones de borde apropiadas en los límites computacionales para poder ser resuelto. Las condiciones de borde empleadas en este trabajo en los límites computacionales de Maxwell ($\Gamma^{i,M}$ y $\Gamma^{s,M}$) y en el límite computacional inferior de Biot ($\Gamma^{i,B}$), son condiciones de borde absorbentes. Con la condición de borde absorbente se impone que el borde sea

transparente para las ondas que inciden de forma normal al mismo. La deducción de estas condiciones de borde, a partir de un caso general 3D, se puede seguir en los trabajos de Santos [Santos, 1998; Santos y Sheen, 2007].

Para el borde computacional superior de Biot ($\Gamma^{s,B}$) se emplearon condiciones de borde de superficie libre, ya que este límite en particular coincide con un límite físico (superficie terrestre) y, por lo tanto, es posible que se produzcan reflexiones sísmicas en el mismo. Las condiciones de borde para las ecuaciones de Biot (2.5) y (2.6) son:

$$u_x^s = 0 \quad \text{en } \Gamma^{s,B} \quad (2.14)$$

$$-G \frac{\partial u_x^s}{\partial z} \cdot \nu = i\omega \tilde{\alpha} \sqrt{G / \tilde{\alpha}} u_x^s \quad \text{en } \Gamma^{i,B} \quad (2.15)$$

Donde ν es la normal exterior al límite computacional y su valor es $\nu = -1$ en $\Gamma^{i,B}$ y $\tilde{\alpha} = \rho_b - \rho_f^2 / g_0$.

Para las ecuaciones de Maxwell (2.3) y (2.4) las condiciones de borde son [Santos, 1998]:

$$aE_x^s - \nu \cdot H_y^s = 0 \quad \text{en } \Gamma = \Gamma^{s,M} \cup \Gamma^{i,M} \quad (2.16)$$

Con $\nu = 1$ en $\Gamma^{s,M}$ y $\nu = -1$ en $\Gamma^{i,M}$ y $a = (1-i)\sqrt{\sigma_c / (2\mu_0\omega)}$.

Por lo tanto, el conjunto completo de ecuaciones a ser resueltas por medio del método de elementos finitos, junto con sus condiciones de borde, es:

$$\frac{\partial E_x^s(z, \omega)}{\partial z} + i\omega\mu_0 H_y^s(z, \omega) = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (2.17)$$

$$\sigma_c E_x^s(z, \omega) + \frac{\partial H_y^s(z, \omega)}{\partial z} = -\sigma^s E^p(z) \quad \text{en } \Omega \quad (2.18)$$

$$-\omega^2 \rho_b u_x^s(z, \omega) - \omega^2 \rho_f u_x^f(z, \omega) - \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_x^s(z, \omega)}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{en } \Omega^B \quad (2.19)$$

$$-\omega^2 \rho_f u_x^s(z, \omega) - \omega^2 g_0 u_x^f(z, \omega) + i\omega \frac{\eta}{k_0} u_x^f(z, \omega) = \frac{\eta}{k_0} L_0 E_x(z, \omega) \quad \text{en } \Omega^B \quad (2.20)$$

$$aE_x^s - \nu \cdot H_y^s = 0 \quad \text{en } \Gamma \quad (2.21)$$

$$-G \frac{\partial u_x^s}{\partial z} \cdot \nu = i\omega \tilde{\alpha} \sqrt{G / \tilde{\alpha}} u_x^s \quad \text{en } \Gamma^{i,B} \quad (2.22)$$

$$u_x^s = 0 \quad \text{en } \Gamma^{s,B} \quad (2.23)$$

Como se asume que no existe realimentación sismoeléctrica, las ecuaciones de Maxwell (2.17), (2.18) y (2.21) pueden ser resueltas de forma independiente. Una vez obtenido E^s a partir de las mismas es posible calcular $E = E^p + E^s$, y resolver las ecuaciones (2.19), (2.20), (2.22) y (2.23) de donde se obtienen los desplazamientos del sólido y del fluido u^s y u^f respectivamente.

2.4 Viscoelasticidad

La manera de incorporar la naturaleza disipativa del subsuelo en la teoría de propagación de ondas de Biot es mediante el reemplazo del módulo de corte G por un módulo de corte complejo dependiente de la frecuencia $\tilde{G}(\omega)$. En este trabajo se empleó el modelo de viscoelasticidad lineal presentado por Liu [Liu et al., 1976]:

$$\tilde{G}(\omega) = \frac{G}{R(\omega) - iT(\omega)} = G_r(\omega) + iG_i(\omega) \quad (2.24)$$

Las funciones dependientes de la frecuencia $R(\omega)$ y $T(\omega)$, asociadas a un espectro continuo de tiempos de relajación, caracterizan el comportamiento viscoelástico y están dadas por:

$$R(\omega) = 1 - \frac{1}{\pi\hat{Q}} \ln \left(\frac{1 + \omega^2 T_1^2}{1 + \omega^2 T_2^2} \right) \quad (2.25)$$

$$T(\omega) = \frac{2}{\pi\hat{Q}} \tan^{-1} \left(\frac{\omega(T_1 - T_2)}{1 + \omega^2 T_1 T_2} \right) \quad (2.26)$$

Los parámetros del modelo \hat{Q} , T_1 y T_2 son elegidos de forma tal que el factor de calidad

$$Q(\omega) = \frac{T(\omega)}{R(\omega)} = \frac{G_r(\omega)}{G_i(\omega)} \quad (2.27)$$

sea aproximadamente igual a la constante \hat{Q} en todo el rango de frecuencias donde son resueltas las ecuaciones, lo cual hace que este modelo sea conveniente para aplicaciones geofísicas. Los materiales altamente disipativos poseen valores del orden de $\hat{Q} \approx 20$, mientras que los más elásticos poseen un $\hat{Q} \approx 1000$.

2.5 Formulación variacional

Las ecuaciones del sistema (2.17) - (2.22) deben ser escritas en su forma variacional como paso previo a la implementación del método de elementos finitos.

Sea L^2 un espacio de funciones de cuadrado integrable y sea H^1 un espacio de funciones cuyas derivadas primeras son de cuadrado integrable, entonces, empleando (\cdot, \cdot) y $\langle \cdot, \cdot \rangle$ para indicar los productos internos complejos, la formulación variacional de las ecuaciones de Biot consiste en hallar $(u_x^s, u_x^f) \in H^1(\Omega^B) \times L^2(\Omega^B)$ tal que:

$$\begin{aligned} & -\omega^2 (\rho_b u_x^s, v)_{\Omega^B} - \omega^2 (\rho_f u_x^f, v)_{\Omega^B} + \left(G \frac{\partial u_x^s}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{\Omega^B} + \\ & + \left\langle i\omega(\alpha G)^{1/2} u_x^s, v \right\rangle_{\Gamma^{i,B}} = 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$-\omega^2 (\rho_f u_x^s, w)_{\Omega^B} - \omega^2 (g_0 u_x^f, w)_{\Omega^B} + i\omega \left(\frac{\eta}{k_0} u_x^f, w \right)_{\Omega^B} = \left(\frac{\eta}{k_0} L_0 E_x, w \right)_{\Omega^B} \quad (2.29)$$

Con $v \in H^1(\Omega)$ y $w \in L^2(\Omega)$.

La formulación variacional de las ecuaciones de Maxwell consiste en hallar $(E_x^s, H_y^s) \in H^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$ tal que:

$$\left(\frac{\partial E_x^s}{\partial z}, \phi \right)_{\Omega} + (i\omega\mu_0 H_y^s, \phi)_{\Omega} = 0 \quad \phi \in L^2(\Omega) \quad (2.30)$$

$$(\sigma_c E_x^s, \psi)_{\Omega} + \langle a E_x^s, \psi \rangle_{\Gamma} - \left(H_y^s, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_{\Omega} = (-\sigma_s E_x^p, \psi)_{\Omega} \quad \psi \in H^1(\Omega) \quad (2.31)$$

Tanto para la formulación variacional de las ecuaciones de Biot (2.28)-(2.29) como para la formulación variacional de las ecuaciones de Maxwell (2.30)-(2.31) es posible demostrar la unicidad de la solución para todo $\omega > 0$ [Santos, 1998; Santos y Sheen, 2007].

2.6 Método de Elementos Finitos

Resolución de las ecuaciones de Biot

Sea T^h una partición uniforme de Ω en sub-intervalos de longitud h y sea T^{B^h} la parte de esta partición contenida en Ω^B . Sean $V^h \subset H^1(\Omega^B)$ y $W^h \subset L^2(\Omega^B)$ espacios de elementos finitos compuestos por funciones continuas lineales a trozos y constantes a trozos respectivamente sobre la partición T^{B^h} . La formulación de elementos finitos consiste en hallar $(u_x^{s,h}, u_x^{f,h}) \in V^h \times W^h$ tal que:

$$\begin{aligned} -\omega^2 (\rho_b u_x^{s,h}, v)_{\Omega^B} - \omega^2 (\rho_f u_x^{f,h}, v)_{\Omega^B} + \left(G \frac{\partial u_x^{s,h}}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{\Omega^B} + \\ + \left\langle i\omega(\alpha G)^{1/2} u_x^{s,h}, v \right\rangle_{\Gamma^{i,B}} = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$-\omega^2 (\rho_f u_x^{s,h}, w)_{\Omega^B} - \omega^2 (g_0 u_x^{f,h}, w)_{\Omega^B} + i\omega \left(\frac{\eta}{k_0} u_x^{f,h}, w \right)_{\Omega^B} = \left(\frac{\eta}{k_0} L_0 E_x^h, w \right)_{\Omega^B} \quad (2.33)$$

Con $v \in V^h$ y $w \in W^h$.

La demostración de la unicidad de la solución del sistema discreto (2.32)-(2.33) se realiza con los mismos argumentos que para el caso continuo y se puede seguir en [Santos, 1998; Santos y Sheen, 2007].

Ahora se transformará a las ecuaciones (2.32) y (2.33) en un sistema de ecuaciones lineales. Sean z_j , con $j=1, \dots, N$, los nodos de la partición de elementos finitos T^h , y sea N^B , con $N^B < N$, el número de nodos correspondientes al subsuelo. Entonces, si $h_j = z_{j+1} - z_j$, con $j=1, \dots, N-1$, se definen las funciones base para V^h como:

$$\psi_j(z) = \begin{cases} \frac{z - z_{j-1}}{h_{j-1}} & \text{si } z_{j-1} \leq z < z_j \\ \frac{z_j - z}{h_j} & \text{si } z_j \leq z < z_{j+1} \end{cases} \quad j = 1, \dots, N^B \quad (2.34)$$

Las funciones base para W^h se definen como:

$$\xi_l(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z_l \leq z < z_{l+1} \\ 0 & \text{si } z < z_l \text{ o } z \geq z_{l+1} \end{cases} \quad l = 1, \dots, N^B - 1 \quad (2.35)$$

Reemplazando en las ecuaciones (2.32) y (2.33) las expresiones $u^s(z) = \sum_{j=1}^{N^B} u_j^s \psi_j(z)$, $u^f(z) = \sum_{l=1}^{N^B-1} u_l^f \xi_l(z)$, $v = \psi_j(z)$, con $j = 1, \dots, N^B$, y $w = \xi_l(z)$, con $l = 1, \dots, N^B - 1$ se obtiene un sistema de $2N^B - 1$ ecuaciones con N^B incógnitas para los u_j^s y $N^B - 1$ incógnitas para los u_l^f . El hecho de haber elegido funciones constantes a trozos para aproximar los desplazamientos del fluido, permite escribir los coeficientes del desplazamiento del fluido en función de los coeficientes del desplazamiento del sólido. Por lo tanto el sistema final es un sistema tridiagonal para las N^B incógnitas del desplazamiento del sólido.

Debe destacarse que el lado derecho de este sistema requiere el conocimiento del campo eléctrico total E_x^h por lo que el campo eléctrico secundario debe ser calculado previo a este procedimiento. Una vez obtenidos los u_j^s se calculan los u_l^f para $l = 1, \dots, N^B - 1$. Todos los parámetros físicos que figuran en las ecuaciones (2.32) y (2.33) deben ser asignados a cada una de las $N^B - 1$ celdas computacionales de forma tal que la matriz tridiagonal resultante esté correctamente definida.

Resolución de las ecuaciones de Maxwell

Sean $N^h \subset H^1(\Omega)$ y $M^h \subset L^2(\Omega)$ espacios de elementos finitos formados por funciones continuas lineales a trozos y constantes a trozos respectivamente sobre la partición T^h . El procedimiento de elementos finitos para resolver las ecuaciones de Maxwell se formula como:

Encontrar $(E_x^{s,h}, H_y^{s,h}) \in N^h \times M^h$ tal que:

$$\left(\frac{\partial E_x^{s,h}}{\partial z}, \phi \right)_\Omega + (i\omega\mu_0 H_y^{s,h}, \phi)_\Omega = 0 \quad \phi \in M^h \quad (2.36)$$

$$(\sigma_c E_x^{s,h}, \psi)_\Omega + \langle a E_x^{s,h}, \psi \rangle_\Gamma - \left(H_y^{s,h}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_\Omega = (-J_T, \psi)_\Omega \quad \psi \in N^h \quad (2.37)$$

Al igual que sucede con la resolución de las ecuaciones de Biot, la demostración de la unicidad de la solución del sistema discreto (2.36)-(2.37) se realiza con los mismos argumentos que para el caso continuo y se puede seguir en [Santos, 1998; Santos y Sheen, 2007].

El sistema de ecuaciones lineales asociadas a (2.36) y (2.37) puede obtenerse siguiendo los pasos descritos en el caso anterior para las ecuaciones de Biot, aunque no es necesario calcular el campo magnético total $H_y^h(z) = H^p(z) + \sum_{j=1}^N h_j^s \phi_j(z)$ ya que

únicamente se necesita conocer el campo eléctrico total $E_x^h(z) = E^p(z) + \sum_{j=1}^N \mathbf{e}_j^s \psi_j(z)$

para reemplazar su expresión en el término de fuente en la ecuación (2.33). En este caso el número de nodos a considerar es N (y no N^B) debido a que debe ser tomada en cuenta la capa de aire. De esa forma se obtiene un sistema tridiagonal para las N incógnitas \mathbf{e}_j del campo eléctrico secundario y luego, a partir de las mismas, es posible calcular las $N-1$ incógnitas h_j del campo magnético.

3 Ejemplos numéricos

Resumen

En este capítulo se presentan los resultados de simulaciones numéricas 1-D realizadas para cinco escenarios diferentes. Previo a la presentación y discusión de los resultados se realiza una introducción a un hipotético método de prospección electrosísmico y se procede a caracterizar la fuente electromagnética, el modelo físico, la geometría de registración y los registros ES.

En el primer ejemplo numérico se muestra la importancia de modelar con un grillado que tenga en cuenta el skin-depth difusivo en zonas del subsuelo con contraste de propiedades ES. El segundo ejemplo corresponde a una simulación en la cual no fue despreciado el término de realimentación presente en la ecuación (1.4) y se compara el registro resultante de esta simulación con otro registro obtenido despreciando dicho término de realimentación. En el tercer ejemplo se realiza un análisis de sensibilidad de la respuesta electrosísmica en superficie, generada por la presencia de una capa de arenisca saturada con gas, para profundidades crecientes de la capa. En el cuarto ejemplo se analiza en superficie la respuesta producida por la presencia de una capa de arenisca saturada con petróleo para diversas profundidades de la misma. El último ejemplo es una simulación en la que se emplea como fuente de emisión señales codificadas y se detalla el procesamiento necesario al emplear este tipo de señales para realizar una correcta interpretación de los registros.

3.1 Introducción

En el subsuelo terrestre suelen existir rocas saturadas con diferentes tipos de fluidos. En particular, en los yacimientos de hidrocarburos, existen contactos entre rocas saturadas con agua y rocas saturadas con petróleo o gas. A ambos lados de estos contactos las propiedades electrocinéticas son muy diferentes debido, tanto a variaciones en las propiedades petrofísicas de las rocas (permeabilidad y porosidad), como a variaciones de las propiedades del electrolito (viscosidad, concentración de sales y constante dieléctrica), tal como lo predice la ecuación (1.21). La concentración de sales y la constante dieléctrica del fluido son las que caracterizan las propiedades eléctricas del medio. Como consecuencia del contraste de las propiedades

electrocinéticas, cuando un campo electromagnético es inducido sobre un medio que presenta un contacto agua-petróleo o agua-gas, los efectos generados por el campo EM se manifiestan de forma diferente a ambos lados del contacto debido a la marcada discontinuidad de las propiedades electrocinéticas, cuantificadas por el coeficiente de acople $L(\omega)$. Es por ello que, si se dispusiera en la superficie terrestre una fuente que genere señales EM (como puede ser un cable por el cual circula corriente alterna o un par de electrodos entre los cuales se genere una diferencia de tensión) los campos asociados a dichas señales inducirán sobre el contacto agua-petróleo o agua-gas un efecto mecánico manifestado por la emisión de una señal sísmica denominada *respuesta de interfase*. El arribo en superficie de esta señal mecánica podría registrarse con un arreglo de receptores idéntico a los empleados en sísmica, y la posterior interpretación de los registros así obtenidos permitiría identificar el evento correspondiente al contacto agua-hidrocarburo. En otras palabras, en el método electrosísmico los cambios en el acople electrocinético producen señales sísmicas a partir de señales electromagnéticas de una forma análoga a la que en el método sísmico los cambios de impedancia acústica producen reflexiones sísmicas.

Las simulaciones que se realizarán estudian la variación de la respuesta mecánica asociada a un contacto agua-petróleo o agua-gas en la superficie y en el subsuelo terrestre, para diferentes escenarios. Antes de abordar los ejemplos numéricos propiamente dichos se describirá la fuente electromagnética, el modelo físico, la geometría de registración y los registros ES.

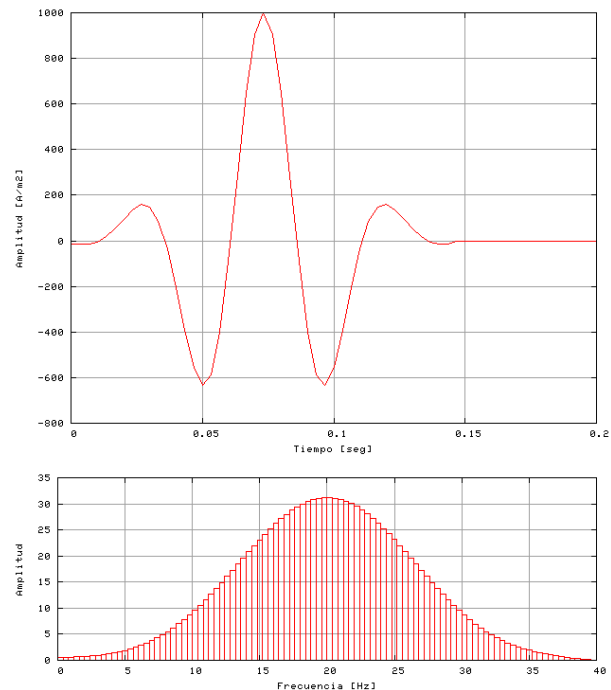


Figura 3.1: ondícula de Ricker (imagen superior) y su espectro de amplitud (imagen inferior)

3.2 Fuente EM

En todas las simulaciones numéricas la fuente EM se sitúa en la superficie terrestre y, como fue mencionado en el capítulo 2, corresponde a un plano de densidad de corriente oscilando en la dirección del eje x (ver figura 2.1). En los cuatro primeros

ejemplos la firma temporal de la señal de emisión es la de una ondícula de Ricker de 1000 A/m^2 de amplitud máxima y cuya frecuencia central es de 20 Hz (figura 3.1). La frecuencia de 20 Hz de la señal de Ricker fue elegida de modo de estar trabajando en el dominio espectral de las señales sísmicas. Recordemos que las ecuaciones (1.1)-(1.9) son lineales, por lo que en una conversión electrosísmica la frecuencia de la señal mecánica generada será la misma que la frecuencia de la señal EM de excitación. Es por ello que si pretendemos registrar en superficie ondas de corte en la banda sísmica (10 a 100 Hz), debemos trabajar con fuentes EM cuyo contenido espectral esté en esa banda.

En el último ejemplo de este capítulo (sección 5) se empleará un tipo diferente de señales de excitación: señales codificadas; se realizará una descripción de estas señales y se describirá la forma de trabajar al usar las mismas.

3.3 Modelo físico

El modelo físico empleado en todas las simulaciones es un modelo de 4 capas planas lateralmente homogéneas que pretende simular un reservorio virgen típico (ver

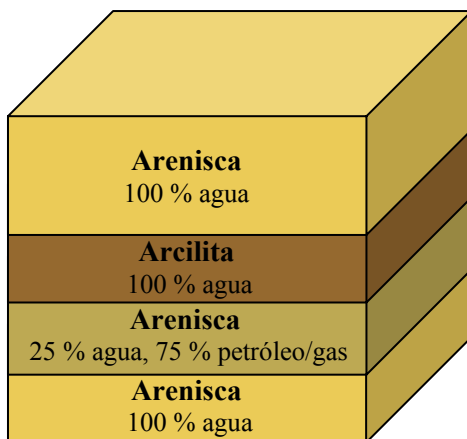


Figura 3.2: modelo físico de cuatro capas empleado en las simulaciones.

figura 3.2). La primer capa corresponde a una arenisca completamente saturada de agua por debajo de la cual se encuentra una capa de arcilita completamente saturada con agua que hace las veces de sello del reservorio. El espesor del sello es de 500 m , que si bien es un valor elevado, fue elegido de modo tal que los eventos ES producidos en el techo y la base de este horizonte puedan ser identificados en un registro sin que haya superposición de los mismos. Por debajo del sello de arcilita se encuentra la

capa de interés que consiste en una arenisca saturada en un 75% con petróleo o gas, y en un 25% con agua. No se supone una saturación del 100% ya que en los reservorios siempre existe una fracción de agua irreducible no menor al 25%. Finalmente, por debajo de las tres capas se encuentra otra capa de arenisca saturada en un 100% con agua.

Para poder modelar el fenómeno electrosísmico es necesario conocer, para cada una de las capas mencionadas, los parámetros indicados en la *Tabla 1*.

Símbolo	Parámetro	Unidades
ϕ	Porosidad	---
ρ_s	Densidad de la matriz sólida	Kg / m^3
v_s	Velocidad sísmica de la onda transversal	m / s
k_0	Permeabilidad hidráulica	m^2
Q	Factor de Calidad	---
σ_0	Conductividad eléctrica	<i>Siemens / m</i>
S_w	Saturación de agua	---
ρ_w	Densidad del agua	Kg / m^3
η_w	Viscosidad del agua	<i>Pa.s</i>
S_o / S_G	Saturación de petróleo / gas	---
ρ_o / ρ_G	Densidad del petróleo / gas	Kg / m^3
η_o / η_G	Viscosidad del petróleo / gas	<i>Pa.s</i>
L_0	Coefficiente de acople electrocinético	$A / (Pa.m)$

Tabla 1: parámetros empleados para caracterizar cada una de las capas del modelo físico.

Como puede verse, estos parámetros definen por completo a cada capa, no sólo en lo que se refiere a las propiedades de la roca, sino también en lo referido a las propiedades eléctricas y mecánicas de los fluidos que la misma pueda contener y en lo referido a la interacción mecánica y eléctrica entre ambos medios.

Los valores del coeficiente de acople electrocinético empleados para caracterizar cada capa fueron calculados mediante la expresión (1.21). Este parámetro depende tanto de propiedades físicas de la roca como de propiedades físicas del fluido, es por ello, por ejemplo, que el coeficiente es diferente para dos areniscas con idénticas propiedades petrofísicas pero saturadas con diferentes fluidos o para dos areniscas, cada una saturada con dos fluidos, pero que se encuentran presentes en diferentes proporciones.

En el caso de la tercer capa del modelo, en la cual la roca está saturada parcialmente con agua, las propiedades del fluido necesarias para realizar las

simulaciones corresponden a las propiedades de un fluido efectivo. Esto se debe a que las ecuaciones de Pride son válidas para una roca porosa completamente saturada por un *único* fluido. Las características del fluido efectivo fueron obtenidas mediante un promedio pesado de las propiedades del agua y del gas/petróleo en función de sus respectivas fracciones volumétricas en la roca.

En todos los ejemplos la duración de las simulaciones es de un segundo y medio ($1.5s$). Este tiempo, al ser siempre mayor que el tiempo empleado por una onda de corte generada a 2000 m de profundidad en alcanzar la superficie, permite asegurarnos de que en todas las simulaciones se registre el evento de interés en superficie. Como las corrientes de desplazamiento fueron despreciadas, (ver *capítulo 2*) la propagación de los campos EM hasta el objetivo es *instantánea*, por lo que los tiempos en los registros estarán asociados al tiempo de propagación de las ondas mecánicas desde que son generadas en una interfase hasta que alcanzan a los receptores.

3.4 Geometría de registración

La registración de las ondas mecánicas generadas en la interfase agua-gas o agua-petróleo se realiza mediante geófonos que registran la componente horizontal del desplazamiento (según el eje x) y que están dispuestos a distintas profundidades a lo largo del eje z como si se estuviera realizando una registración en pozo (ver *figura 3.3*). Al disponer de esta manera los geófonos podemos visualizar el campo de ondas a distintas profundidades y en todos los instantes que comprenden la simulación completa. Esta forma de registración permitirá identificar y visualizar

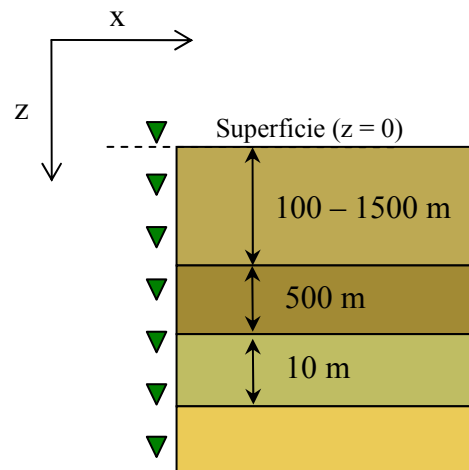


Figura 3.3: disposición de los receptores.

fácilmente los distintos eventos electrosísmicos siendo la traza sísmica representativa de un registro en superficie la correspondiente al geófono ubicado en $z = 0$.

Por lo tanto, en las cinco simulaciones se supondrá que 100 geófonos se ubican de forma equiespaciada cada 25 m a lo largo de un pozo vertical que corta a las capas de forma perpendicular como se ilustra en la *figura 3.3*. La cantidad de geófonos y su

equiespaciamiento es suficiente como para que siempre exista un geófono en las cercanías de las interfases de interés, permitiendo de esta manera interpretar más fácilmente su respuesta en los registros.

3.5 Registros

Los registros obtenidos mediante esta metodología de excitación EM y registración sísmica son similares a los registros que se obtienen cuando se realiza sísmica de pozo. La principal diferencia radica en que los tiempos desde la excitación EM hasta el arribo en superficie de los eventos mecánicos son los tiempos de propagación sísmicos ya que la propagación de los campos EM hasta la interfase es instantánea.

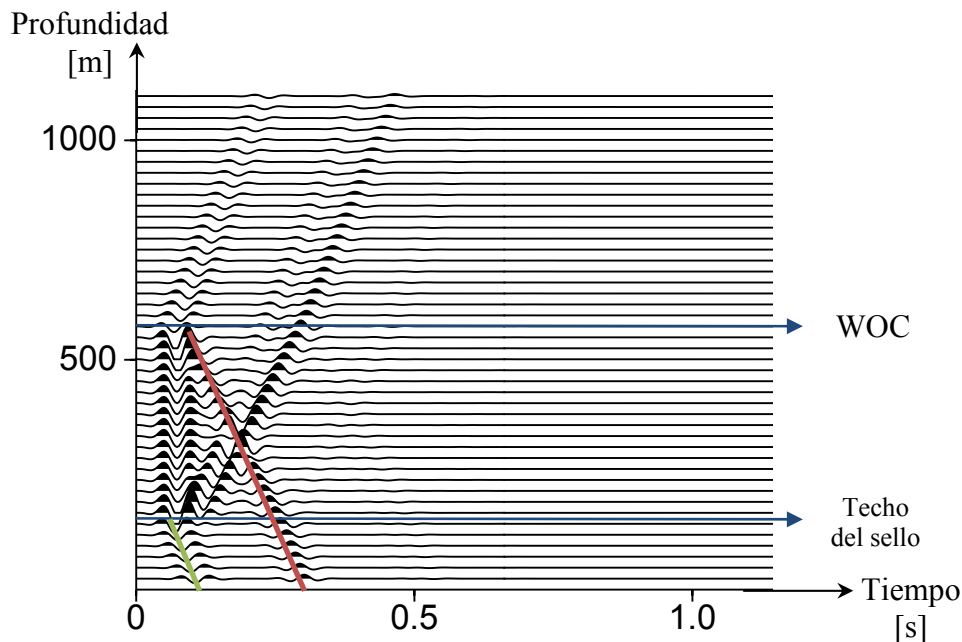


Figura 3.4: registro ES. Se identifica en verde el primer arribo (evento generado en el techo del sello) y en rojo el arribo del evento generado en el contacto agua-petróleo (WOC).

A modo de ejemplo se puede ver parte de un registro ES en la *figura 3.4*. El registro corresponde a una de las simulaciones realizadas para un contacto agua-petróleo situado a 600 m de profundidad. La escala horizontal es tiempo y en el eje vertical están dispuestas las trazas correspondientes a receptores ubicados a profundidades crecientes, siendo la traza situada a 0 m la registrada en la superficie.

En el registro se identifica el techo del sello, que no corresponde a nuestro objetivo, y el contacto agua-petróleo (WOC) que si es nuestro objetivo. Se observa que

en el registro no es posible distinguir el techo de la base de la capa saturada con petróleo ya que el espesor de la misma es de 10 m y la resolución electrosísmica, al igual que la resolución sísmica, depende de la longitud de onda de las ondas mecánicas. La resolución vertical, para una onda mecánica que incide de forma perpendicular a una interfase es [Cordsen et al., 2000]:

$$R_z = \frac{c \cdot v_{int}}{2 f_{máx}} \quad (3.1)$$

Donde v_{int} es la velocidad intervállica, es decir, la velocidad de la capa en estudio, $f_{máx}$ es la máxima frecuencia registrada del objetivo y c una constante que depende del criterio de resolución empleado, que puede ser el de Rayleigh, Ricker, Widess, etc. Empleando el criterio de Rayleigh el valor de la constante es $c = 0.75$, reemplazando este valor y los datos de la capa de interés en la expresión (3.1) se obtiene:

$$R_z = \frac{0.75 \times 2000 \text{ m/s}}{2 \times 40 \text{ Hz}} = 18.75 \text{ m} \quad (3.2)$$

Este resultado indica que en los registros no será posible identificar como eventos diferentes al techo y a la base de capas cuyo espesor sea menor a 18.75 m.

En la *figura 3.4* también se identifica en rojo el arribo de la señal generada en el contacto agua-petróleo y, en verde, se identifica un arribo correspondiente al contacto arenisca-arcilita. Este último evento no está asociado a nuestro objetivo, pero dado que el coeficiente de acople electrocinético no sólo varía con el cambio de las propiedades del fluido, sino que también lo hace al variar algunas propiedades de la roca (*ecuación 1.21*), en este contacto también se genera respuesta mecánica. Para este caso en particular la arenisca y la arcilita están saturadas por el mismo electrolito pero difieren en sus valores de porosidad y permeabilidad, dando lugar de esta forma a un cambio en L y por lo tanto generando una señal sísmica.

Las amplitudes de los registros están normalizadas en función de la amplitud máxima presente. La disminución de la amplitud de los diferentes eventos identificados en el registro se debe a la atenuación sísmica que sufren las ondas mecánicas al propagarse desde que son generadas en las distintas interfases, y está cuantificada por el factor de calidad Q .

En la *figura 3.5* se muestra en detalle una traza registrada por un geófono situado en superficie. El eje vertical es desplazamiento del suelo [m], y el horizontal es tiempo [s]. En rojo se indica el nivel de ruido típico siempre presente al realizar registración

sísmica, que en desplazamiento es del orden de $10^{-9} m$ [Beecroft, 1990]. Se observa que para el primer arribo (0.25 s) la amplitud máxima de la señal registrada supera el nivel de ruido. No sucede lo mismo para un arribo más tardío (0.5 s) cuya amplitud se encuentra por debajo del ruido típico por lo que no podría ser identificado en una situación de adquisición real.

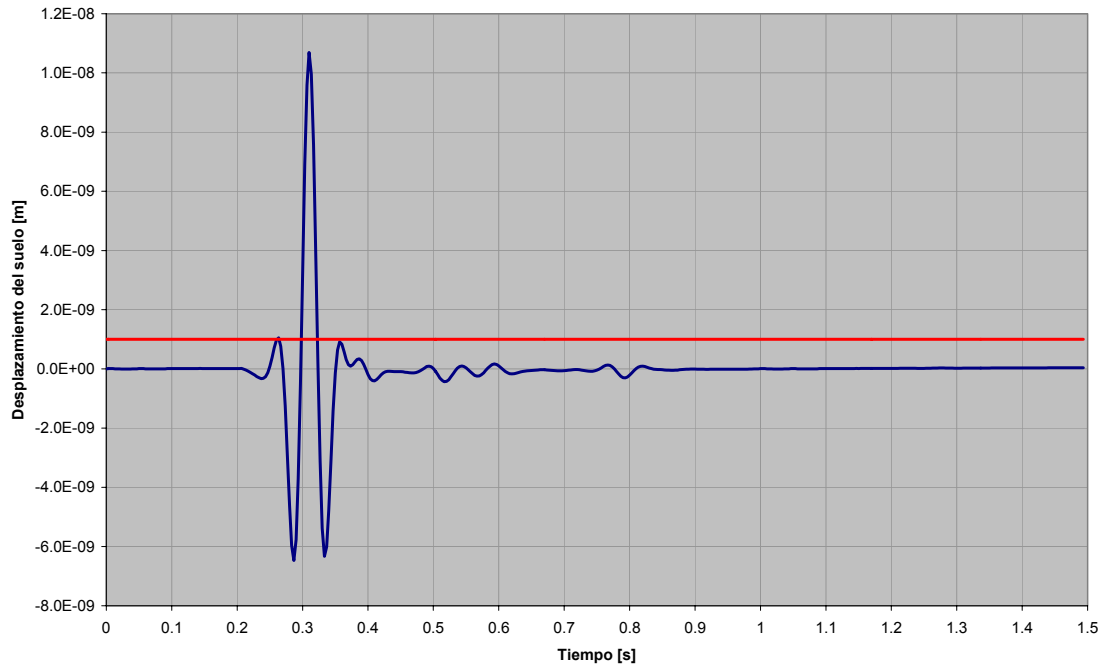


Figura 3.5: traza registrada por un geófono situado en la superficie terrestre.

Vale aclarar que el receptor no registra desplazamientos para tiempos previos al arribo de la respuesta de interfase debido a que se trata de datos *sintéticos*, en cualquier medición realizada en campo se registraría, previo al primer arribo y durante todo el tiempo de registración, un nivel de ruido de naturaleza estocástica del orden de los ya mencionados $10^{-9} m$.

3.6 Skin-depth difusivo

El objetivo de este ejemplo numérico es estudiar la importancia de modelar adecuadamente la difusión de la presión del fluido en zonas del subsuelo que presenten contraste de sus propiedades ES. Para ello se realizarán dos simulaciones: en una de ellas el grillado poseen un número de puntos por longitud de onda tal, que únicamente los eventos sísmicos clásicos son tenidos en cuenta; mientras que en la otra simulación se toma un número de puntos por longitud de onda de forma tal que se incorpora la longitud de difusión en el modelado.

En el trabajo de Pride y Garambois [Pride y Garambois, 2002] se muestra que la única forma de representar los detalles de los gradientes de presión del fluido en la vecindad de una interfase donde se produce separación de cargas inducidas electrocinéticamente es modelando adecuadamente las ondas lentas de Biot. Numéricamente esto implica modificar el espaciamiento vertical del grillado, en zonas cercanas a una interfase donde se producen conversiones ES, de forma tal que incluya dos o más nodos por *skin-depth difusivo* (δ_{Biot}). El skin-depth difusivo es la distancia que deben recorrer las ondas lentas de Biot para que su amplitud caiga a un 37 % ($1/e \approx 0.37$) de su amplitud inicial, debido a difusión mecánica. La expresión del skin-depth empleada en este ejemplo numérico es la presentada por Haines y Pride [Haines y Pride, 2006]:

$$\delta_{Biot} \approx \sqrt{\frac{k_0 K_G B}{\eta_f \alpha \omega_c}} \approx 5 \text{ cm} \quad (3.3)$$

La frecuencia angular ω_c es la frecuencia central del pulso sísmico, B es un coeficiente adimensional (coeficiente de Skempton) y α es la constante de Biot-Williams.

En las *figuras 3.6 y 3.7* se presentan las variaciones de los desplazamientos del sólido y del fluido respectivamente, registrados por un receptor situado en la interfase agua-petróleo, que es donde se generan los eventos sísmicos, para el modelo físico esquematizado en la *figura 3.11* con un WOC a 600 m de profundidad. En rojo se observan las curvas obtenidas con un grillado que no tiene en cuenta el skin-depth difusivo, y en azul se muestra los resultados que si lo tienen en cuenta, habiendo empleado un espaciado de dos puntos por longitud de onda de difusión.

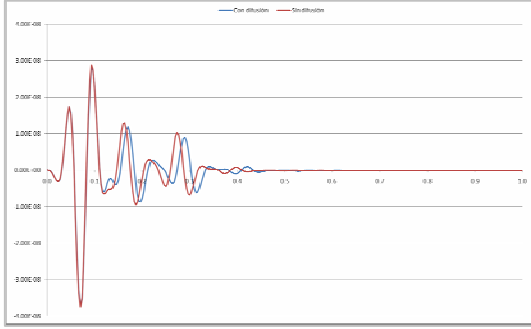


Figura 3.6: desplazamiento del sólido registrado en el WOC.

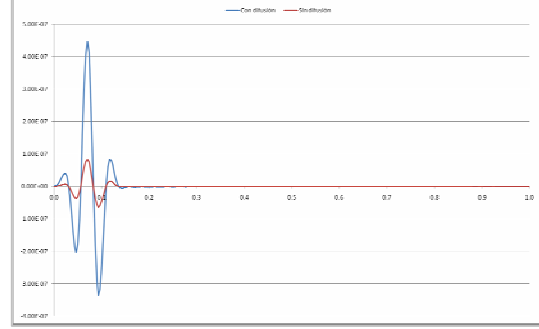


Figura 3.7: desplazamiento del fluido registrado en el WOC.

Puede observarse que, para el caso del desplazamiento del sólido, la principal diferencia entre ambas trazas es un desfase, siendo las variaciones de amplitud de los eventos no demasiado significativas. Por el contrario, para el caso del desplazamiento del fluido, si bien no es posible discernir un desfase entre ambas trazas, se observa que las amplitudes de los desplazamientos en el caso de discretizar según el criterio de Pride y Garambois, son más de un orden de magnitud mayores al caso en donde no se lo sigue. De acuerdo con este resultado, en todas las simulaciones realizadas en este capítulo se empleó un espaciado vertical Δz en las inmediaciones de las diferentes interfases tal que $\Delta z \approx \delta_{Biot} / 2$. No es necesario extender el refinamiento a todo el espacio debido a la gran atenuación que sufren las ondas lentas de Biot al propagarse, de hecho, para los receptores más cercanos al situado en la interfase (ubicados a 25 m de distancia), las diferencias entre los desplazamientos de ambos modelos no son apreciables. Reemplazando valores numéricos en la expresión de la longitud de onda de difusión (3.3) se obtuvo, para los diferentes escenarios simulados, que $\delta_{Biot} \approx 5 \text{ cm}$, por lo que el espaciado vertical empleado fue aproximadamente $\Delta z \approx 2.5 \text{ cm}$. A fin de estudiar el efecto de realizar un mayor refinamiento vertical se realizó una simulación con $\Delta z = \delta_{Biot} / 4$. Los resultados para esta nueva simulación no tuvieron diferencias significativas respecto a los obtenidos con un refinamiento $\Delta z \approx \delta_{Biot} / 2$ por lo que se consideró que no es necesario un grillado tan refinado.

3.7 Inclusión del término de realimentación

A fin de comprobar la validez de haber despreciado el término de realimentación, presente en la ecuación (1.4), se realizaron simulaciones que incluyeran dicho término. El hecho de no despreciar la electrofiltración conduce a un nuevo conjunto de ecuaciones en el cual no es posible resolver las ecuaciones de Biot de forma desacoplada de las ecuaciones de Maxwell. A continuación se presentará la formulación de elementos finitos para este nuevo sistema acoplado y luego se mostrarán los resultados de las simulaciones.

Sea T^h una partición uniforme de Ω en sub-intervalos de longitud h y sean $N^h \subset H^1(\Omega)$ y $M^h \subset L^2(\Omega)$ espacios de elementos finitos compuestos por funciones continuas lineales a trozos y constantes a trozos respectivamente sobre la partición T^h .

La formulación de elementos finitos de las ecuaciones de Pride para el problema acoplado consiste en hallar $(u_x^{s,h}, u_x^{f,h}) \in N^h \times M^h$ y $(E_x^{s,h}, H_y^{s,h}) \in N^h \times M^h$ tal que:

$$\begin{aligned} & -\omega^2 (\rho_b u_x^{s,h}, \psi)_\Omega - \omega^2 (\rho_f u_x^{f,h}, \psi)_\Omega + \left(G \frac{\partial u_x^{s,h}}{\partial z}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_\Omega + \\ & + \left\langle i\omega (\alpha G)^{1/2} u_x^{s,h}, \psi \right\rangle_{\Gamma^{i,B}} = (F^s, \psi)_\Omega \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$-\omega^2 (\rho_f u_x^{s,h}, \phi)_\Omega - \omega^2 (g_0 u_x^{f,h}, \phi)_\Omega + i\omega \left(\frac{\eta}{k_0} u_x^{f,h}, \phi \right)_\Omega = \left(\frac{\eta}{k_0} L_0 E_x^h, \phi \right)_\Omega \quad (3.5)$$

$$\left(\frac{\partial E_x^{s,h}}{\partial z}, \phi \right)_\Omega + (i\omega \mu_0 H_y^{s,h}, \phi)_\Omega = 0 \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & (\sigma_c E_x^{s,h}, \psi)_\Omega - \left(H_y^{s,h}, \frac{\partial \psi}{\partial z} \right)_\Omega + \left(\frac{L_0 \eta}{k_0} i\omega u_x^{f,h}, \psi \right)_\Omega - \left(\frac{L_0^2 \eta}{k_0} E_x^{s,h}, \psi \right)_\Omega + \\ & + \left\langle a E_x^{s,h}, \psi \right\rangle_\Gamma = (-J_T, \psi)_\Omega \end{aligned} \quad (3.7)$$

Con $\phi \in M^h$ y $\psi \in N^h$.

Resultados

Para el modelo físico esquematizado en la *figura 3.3* con un WOC a 600 m de profundidad, el registro obtenido para el nuevo sistema de ecuaciones, en el cual no es posible desacoplar las ecuaciones de Maxwell de las de Biot, se muestra en la *figura 3.8*. En la *figura 3.9* se muestra un registro obtenido con el mismo modelo físico, la misma fuente EM y representado con la misma ganancia, para un modelo que no contempla la realimentación.

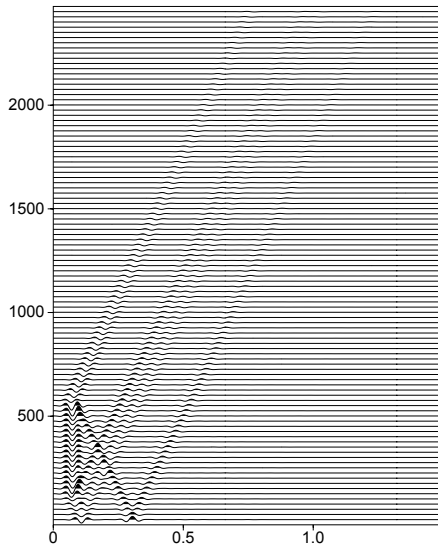


Figura 3.8: registro ES para un WOC a 600 m de profundidad para la situación con realimentación.

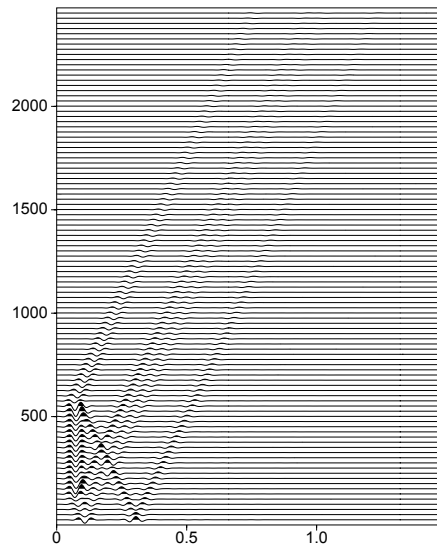


Figura 3.9: registro ES para un WOC a 600 m de profundidad para el caso sin realimentación.

También se muestra la traza superficial de ambos registros en la *figura 3.10*. Es evidente, comparando las *figuras 3.8 y 3.9* y observando la *figura 3.10*, que no es posible identificar visualmente diferencias entre las amplitudes registradas para los diferentes modelos.

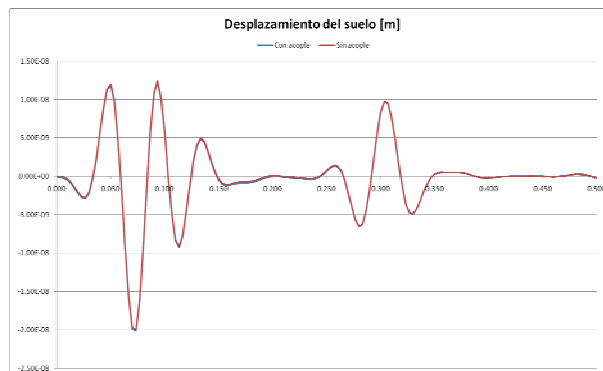


Figura 3.10: traza registrada en superficie para cada uno de los modelos. En rojo sin acople y en azul con acople.

Con el objeto de cuantificar la diferencia entre ambos registros, y teniendo en cuenta que la misma toma tanto valores positivos como negativos, se evaluó la media cuadrática (o RMS) de la diferencia entre las amplitudes de los registros:

$$\Delta x_{RMS} \equiv \sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}} \quad (3.8)$$

Donde Δx_i es la diferencia entre los valores de amplitud de los registros y n es el número total de muestras. El valor numérico del error RMS, calculado para la diferencia entre los registros de las *figuras 3.8 y 3.9* es $\Delta x_{RMS} = 4.38 \times 10^{-11} \text{ m}$. Este valor es casi tres órdenes de magnitud menor que la amplitud de los eventos de interés (que son del orden de $1 \times 10^{-8} \text{ m}$ como se observa en la *figura 3.10*) y, además, es inferior al valor típico del ruido de registración en campo, que como fue mencionado, es del orden de $1 \times 10^{-9} \text{ m}$. Es por ello que se puede concluir que el hecho de despreciar el término de realimentación en las ecuaciones de Pride para frecuencias en la banda sísmica es válido, ya que al considerarlo en las simulaciones no se observan cambios significativos en las amplitudes y las fases de los registros.

3.8 Respuesta electrosísmica de un contacto agua-petróleo

En este ejemplo numérico se realiza un análisis de sensibilidad de la respuesta sísmica registrada en superficie, generada en un contacto agua-petróleo, para diferentes profundidades del mismo. Es decir que para una señal de emisión de tipo Ricker y de $1000 A/m^2$ de amplitud máxima se estudiarán las variaciones de las amplitudes de las señales sísmicas registradas en superficie en función de la profundidad del

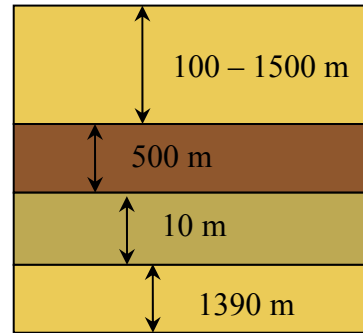


Figura 3.11: modelo físico con un contacto agua-petróleo.

objetivo. Estas amplitudes serán comparadas con el nivel de ruido típico presente en una registración en superficie a fin de determinar si es posible discernirlas del mismo.

En la figura 3.11 se esquematiza el modelo físico empleado para las simulaciones. El valor inicial de la capa superior de arenisca saturada de agua fue de $100 m$ por lo que el contacto de interés se ubica inicialmente a $600 m$ de profundidad. Con cada simulación se fue incrementando el espesor de esta capa en $100 m$ dejando el espesor del resto de las capas inalterado, hasta que el objetivo alcanzó una profundidad de $2000 m$.

Los valores de los parámetros empleados para caracterizar las propiedades mecánicas y electromagnéticas de cada una de las diferentes capas del modelo físico son los siguientes:

	Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4
	Arenisca 100 % agua	Arcilita 100% agua	Arenisca 25% agua – 75% petróleo	Arenisca 100 % agua
σ	0.01	0.1	0.01	0.01
ϕ	20	25	20	20
ρ_s	2600	2600	2600	2600
v_s	2000	2000	2000	2000
k	1×10^{-13}	1×10^{-16}	1×10^{-13}	1×10^{-13}
L_o	4.25×10^{-10}	6.36×10^{-10}	2.66×10^{-11}	4.25×10^{-10}
Q	30	50	30	30

ρ_{bulk}	1000	1000	800	1000
η_{bulk}	1×10^{-3}	1×10^{-3}	8×10^{-4}	1×10^{-3}
$\varepsilon_0 \kappa_0$	40	40	2	40
S_w	1	1	.25	1

Resultados

En las *figuras 3.12 y 3.13* se muestran, a modo de ejemplo, dos de los registros obtenidos correspondientes a los casos en los que el contacto agua-petróleo está situado a 600 m y a 2000 m de profundidad.

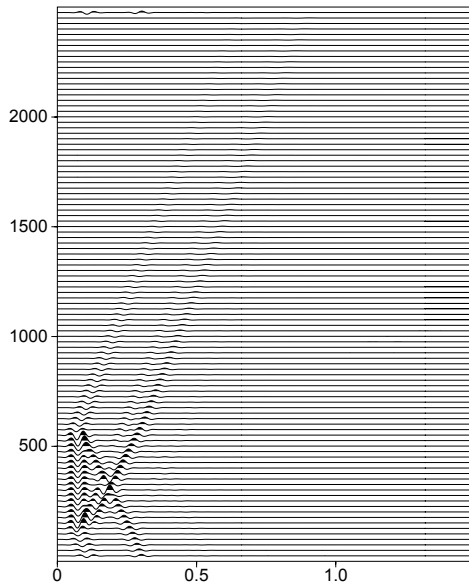


Figura 3.12: registro para un contacto agua-petróleo a 600m de profundidad.

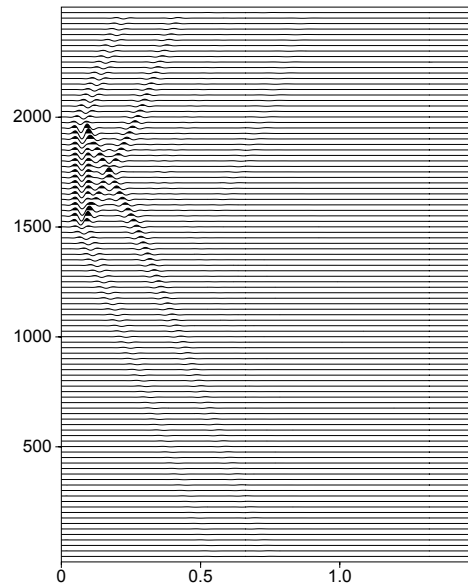


Figura 3.13: registro para un contacto agua-petróleo a 2000m de profundidad.

Para cada uno de los 15 registros obtenidos se separó la traza superficial ($z = 0$) y se graficó la amplitud máxima de cada una de estas trazas asociada al evento agua-petróleo en función de la profundidad del WOC, como puede verse en la *figura 3.14*. Cada punto de la curva en azul corresponde a la amplitud máxima del evento generado en el WOC para una simulación. Se muestra además, en rojo, el nivel de ruido, mientras que la línea verde representa 2.5 veces el valor del nivel de ruido. Para que un evento

sea detectable, su amplitud máxima debe situarse por encima de la línea verde ya que de lo contrario será enmascarado por el ruido.

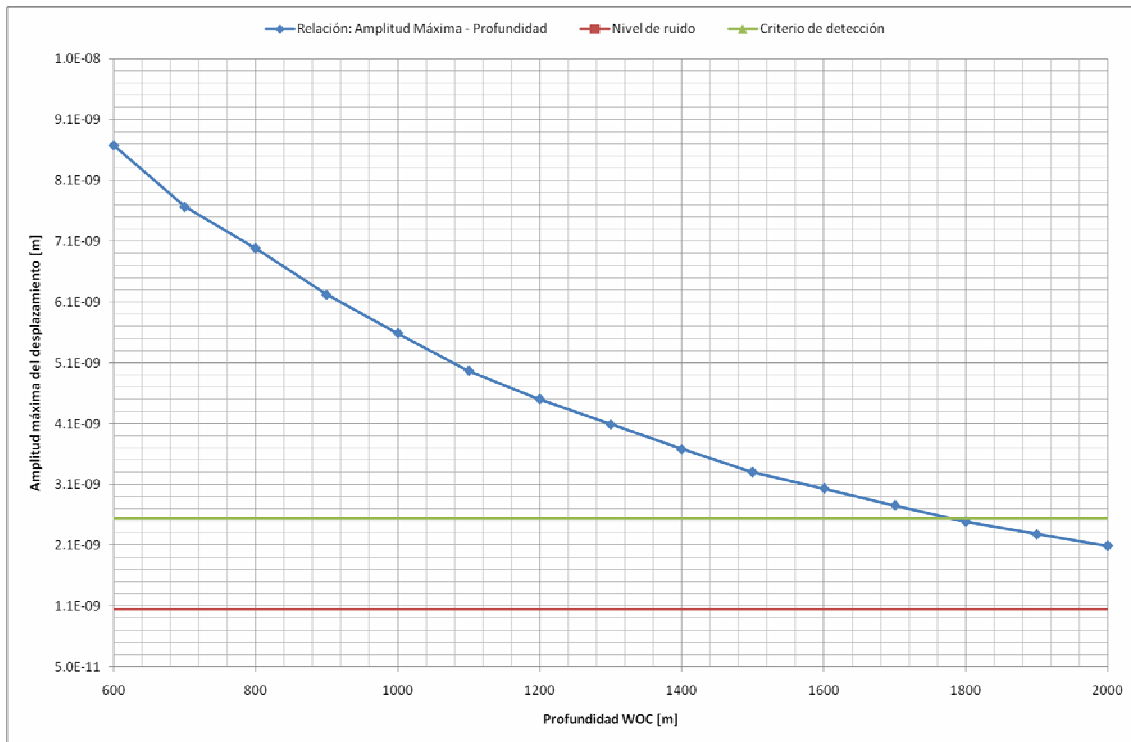


Figura 3.14: variación de la amplitud del desplazamiento máximo registrado en superficie, generado por la presencia de un contacto agua-petróleo, en función de la profundidad del mismo.

Vemos, entonces, que para el modelo de reservorio propuesto, la máxima profundidad de detección del contacto agua-petróleo alcanzada por el método es del orden de los 1780 m, que es la profundidad para la cual la curva azul deja de estar por encima del valor de nuestro criterio de detección. Más allá de este límite la relación señal-ruido es menor a 2,5 y, por lo tanto, no es posible identificar los eventos del ruido en el que se encuentran inmersos.

3.9 Respuesta electrosísmica de un contacto agua-gas

Se realizaron las mismas simulaciones numéricas para un modelo físico de reservorio idéntico al de la *sección 3*, con la salvedad de que en éste el hidrocarburo involucrado es gas. Lo que motiva a realizar separadamente un estudio para petróleo y otro para gas son sus marcadas diferencias en lo que respecta al comportamiento mecánico de dichos fluidos que pueden arrojar resultados muy dispares en relación a los que arrojó la simulación para el caso del petróleo.

Los valores de los parámetros empleados para caracterizar las propiedades mecánicas y electromagnéticas de cada una de las capas de este modelo físico son los siguientes:

	Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4
	Arenisca 100 % agua	Arcilita 100% agua	Arenisca 25 % agua – 75 % gas	Arenisca 100 % agua
σ	0.01	0.1	0.01	0.01
ϕ	20	25	20	20
ρ_s	2600	2600	2600	2600
v_s	2000	2000	2000	2000
k	1×10^{-13}	1×10^{-16}	1×10^{-13}	1×10^{-13}
L_o	4.25×10^{-10}	6.36×10^{-10}	3.38×10^{-9}	4.25×10^{-10}
Q	30	50	30	30
ρ_{bulk}	1000	1000	150	1000
η_{bulk}	1×10^{-3}	1×10^{-3}	1×10^{-5}	1×10^{-3}
$\epsilon_0 K_0$	40	40	1.7	40

Resultados

En las *figura 3.15 y 3.16* se muestran los registros obtenidos para el contacto agua-gas situado a 600 m y a 2000 m de profundidad, respectivamente.

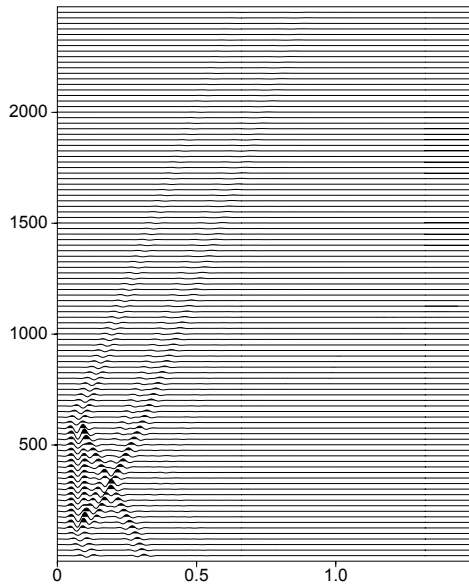


Figura 3.15: registro para un contacto agua-gas a 600 m de profundidad.

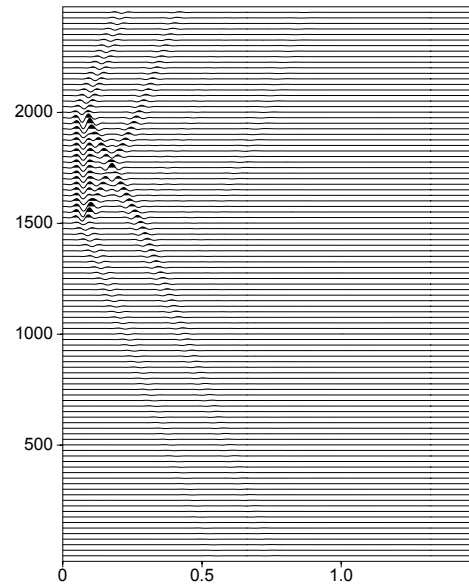


Figura 3.16: registro para un contacto agua-gas a 2000 m de profundidad.

Realizando un análisis de las máximas amplitudes asociadas a los eventos generados en el WGC en función de la profundidad del contacto de igual manera que se hizo en la sección anterior (para el caso del WOC) se obtuvo la curva de la *figura 3.17*.

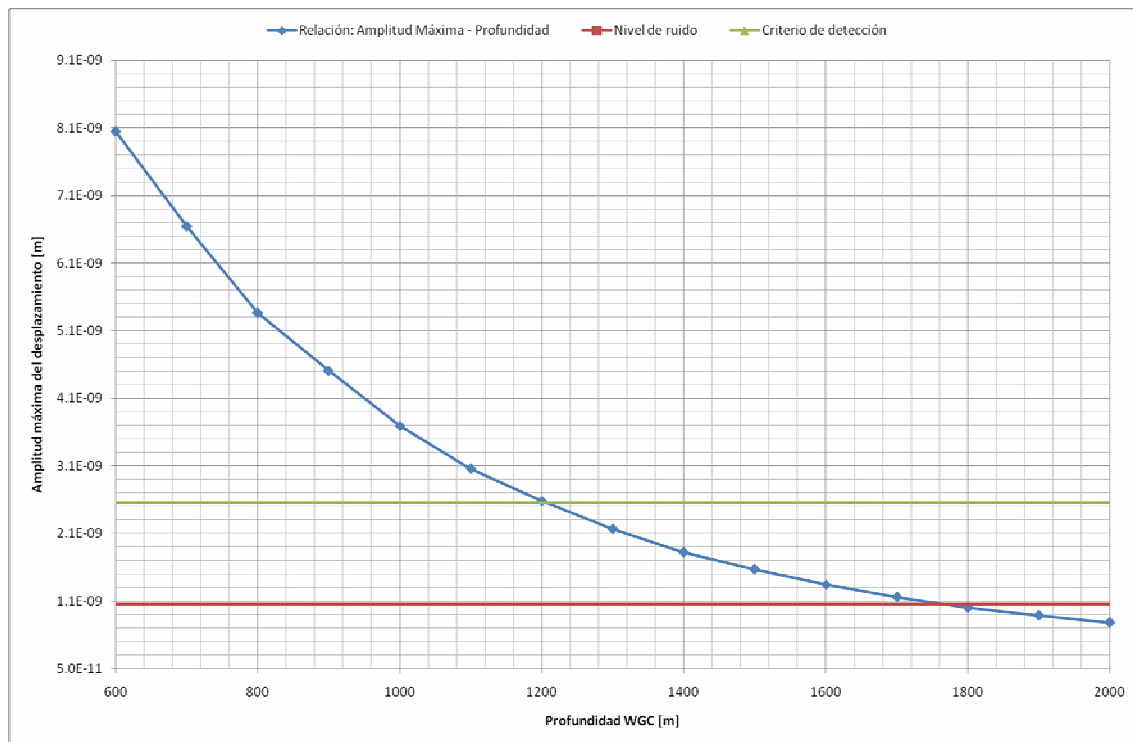


Figura 3.17: variación de la amplitud del desplazamiento máximo registrado en superficie, generado por la presencia de un contacto agua-gas, en función de la profundidad del mismo.

Vemos que para este modelo, que supone la presencia de gas en un horizonte de arenisca, la máxima profundidad de detección del contacto agua-gas alcanzada por el método es del orden de los 1200 m. Este valor es significativamente menor al obtenido para petróleo y se debe a diferencias de las propiedades mecánicas y eléctricas entre ambos.

3.10 Simulación con fuentes codificadas

Si se quisiera implementar una metodología de exploración ES en campo, sería imposible introducir en el subsuelo un único pulso EM cuya amplitud tenga energía suficiente como para generar una respuesta de interfase a profundidades exploratorias por encima del ruido ambiente. Es por ello que sería conveniente emplear, como señal de emisión, señales codificadas, es decir, un tren de ondas controlado de longitud temporal predeterminada. De este modo se logra introducir en el terreno una cantidad de energía equivalente a la que se hubiera introducido empleando una fuente impulsiva pero a lo largo de un tiempo mucho mayor. En la sismica convencional, cuando se emplea como fuente de excitación un camión vibrador (vibrosey) en lugar de explosivos existe una situación análoga. El camión vibrador genera un tren de ondas controlado (sweep) que es inyectado en el terreno. Este barrido, consistente en ondas mecánicas (de presión o corte) se propaga por el subsuelo y, al llegar a zonas con contraste de impedancia acústica, se refleja hacia la superficie donde es registrado mediante geófonos. Matemáticamente la señal registrada por los geófonos se representa como la señal inyectada convolucionada con los coeficientes de reflexión del terreno. Ahora bien, para poder observar las reflexiones generadas en el subsuelo relativas a un tiempo cero de manera análoga a la que se observa cuando se trabaja con fuentes impulsivas (explosivos), el dato sísmico registrado es correlacionado con el tren de ondas de referencia (que generalmente es la señal de emisión).

Los datos electrosísmicos pueden ser generados y procesados usando una técnica similar. Un ejemplo de señales no impulsivas que pueden ser empleadas como señales de emisión electrosísmica son los pares complementarios de Golay [Golay, 1961]. Estas señales se componen de dos secuencias de igual longitud temporal, cada una construida a partir de cierto número de semiciclos de una señal de tipo sinusoidal. Dichos pares poseen la característica de que la autocorrelación de una secuencia tiene polaridad opuesta a la autocorrelación de la otra excepto para el tiempo cero, por lo tanto, la principal propiedad de estos pares complementarios es que la suma de sus respectivas funciones de autocorrelación es cero para todo valor, excepto para la ondícula centrada. Una imagen de pares complementarios de Golay contruidos con 16 semiciclos sinusoidales de 20 Hz se ve en la *figura 3.18*. En la misma, las imágenes de la parte superior corresponden a dos secuencias codificadas complementarias en el

dominio del tiempo y debajo de cada una se observa su respectiva autocorrelación. La imagen inferior corresponde a la suma de ambas autocorrelaciones. Dicha suma no tiene lóbulos laterales, lo que representa una ventaja, ya que en caso de presentarlos podrían llegar a ser confundidos, en la etapa de interpretación, con arribos provenientes de reflectores más profundos, o directamente podrían enmascarar arribos tardíos de menor amplitud [Hornbostel y Thompson, 2007]. Otra ventaja de trabajar con señales codificadas es que las mismas permiten detectar eventos electrosísmicos incluso con altos niveles de ruido, ya que, cuando el ruido es de naturaleza estocástica, al ser correlacionado su amplitud tiende a minimizarse. No sucede así con el ruido coherente que se ve reforzado, al igual que los eventos de interés, y debe ser eliminado mediante

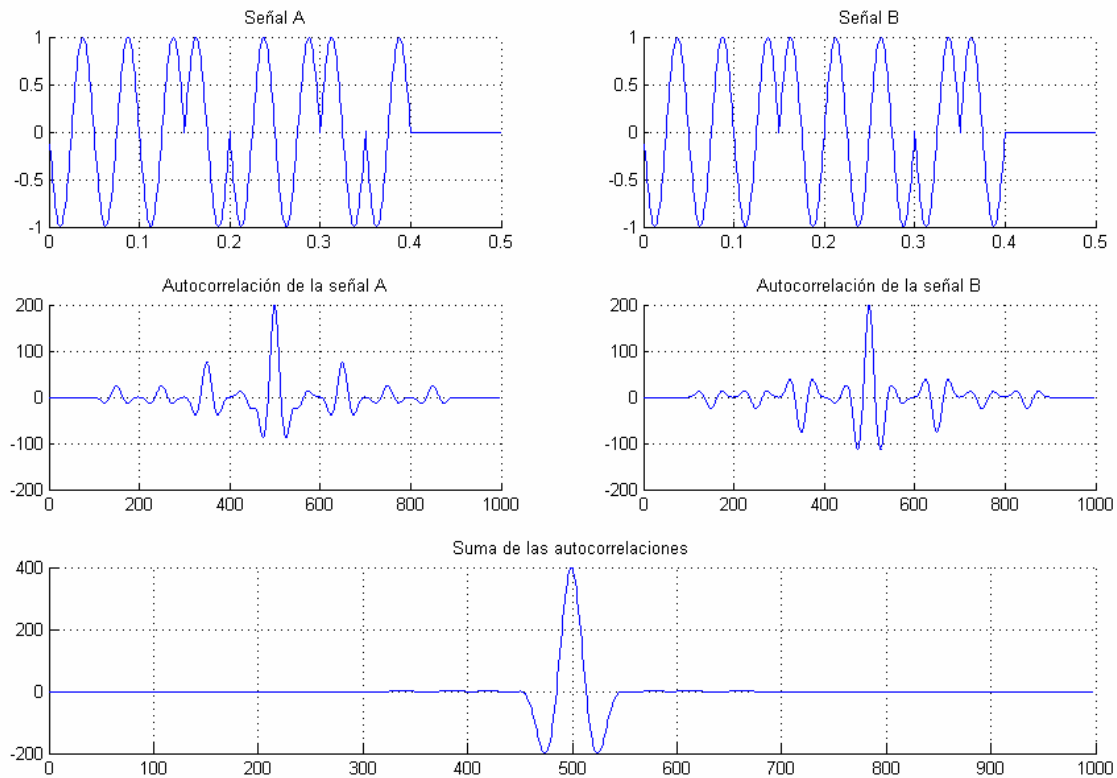


Figura 3.18: las señales A y B son un par complementario de Golay. En la parte superior se ve la forma temporal de estas señales complementarias. Debajo de cada una de ellas están representadas sus respectivas autocorrelaciones y en la imagen inferior se observa el resultado de sumar ambas autocorrelaciones.

filtrado.

El modelo físico usado para realizar las corridas empleando señales codificadas es el de la *figura 3.11* (con un WOC a 600 m de profundidad). Para este modelo se realizó una simulación empleando como fuente de emisión la señal A. Luego se realizó

otra simulación empleando exactamente el mismo modelo físico pero cambiando la fuente de emisión por la señal B . Los registros correspondientes a las simulaciones empleando las señales A y B se ven en las *figuras 3.19 y 3.20* respectivamente.

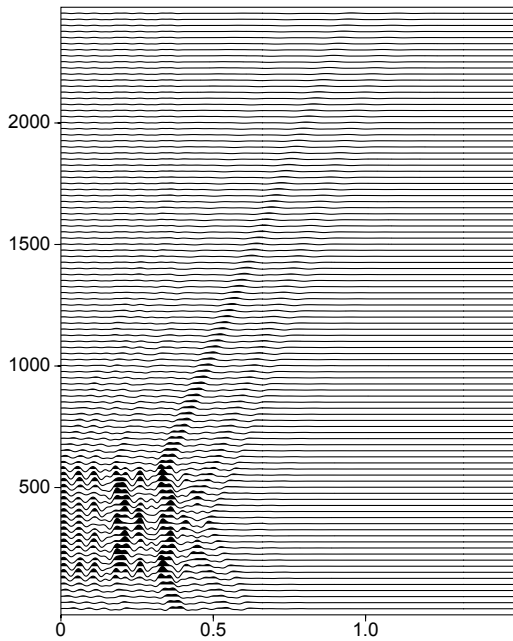


Figura 3.19: registro obtenido empleando como fuente la señal A

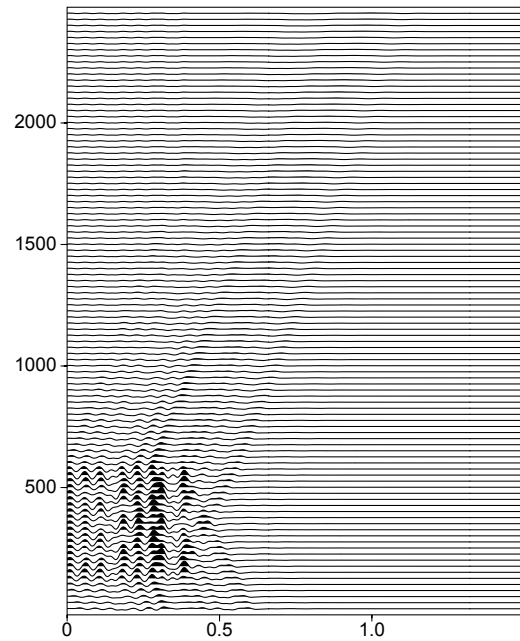


Figura 3.20: registro obtenido empleando como fuente la señal B

Estos dos registros fueron correlacionados con la señal A y con la señal B respectivamente, es decir, cada uno fue correlacionado con la señal de emisión empleada como fuente en las simulaciones, obteniendo de esta forma los registros que se presentan en las *figuras 3.21 y 3.22*.

Por último se sumaron los registros de las *figuras 3.21 y 3.22* obteniéndose mediante este procedimiento el registro de la *figura 3.23*. Se ve que este último registro es prácticamente igual un registro que se hubiera obtenido si se hubiera empleado como fuente de emisión una señal de tipo Ricker. Para ello se lo puede comparar con el registro de la *figura 3.12*.

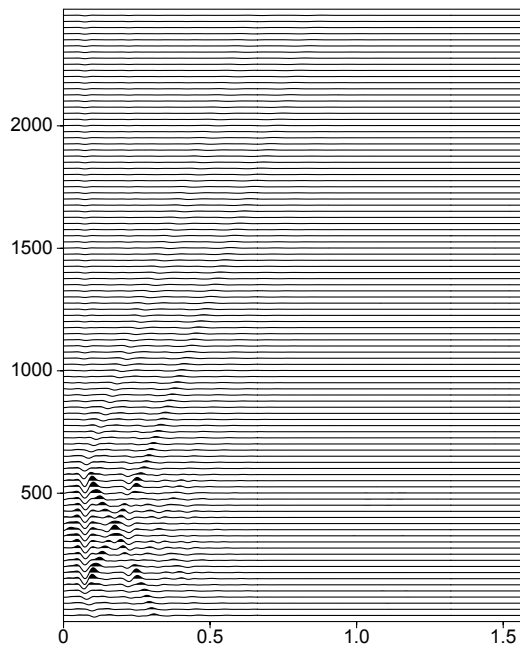


Figura 3.21: registro de la figura 3.19 correlacionado con la señal A.

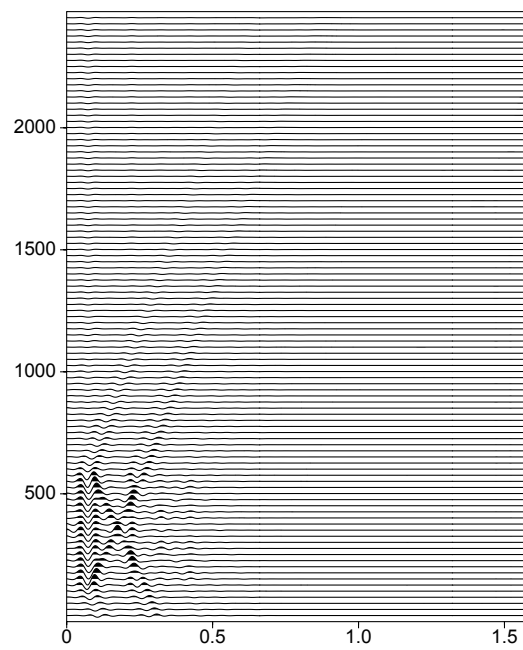


Figura 3.22: registro de la figura 3.20 correlacionado con la señal B.

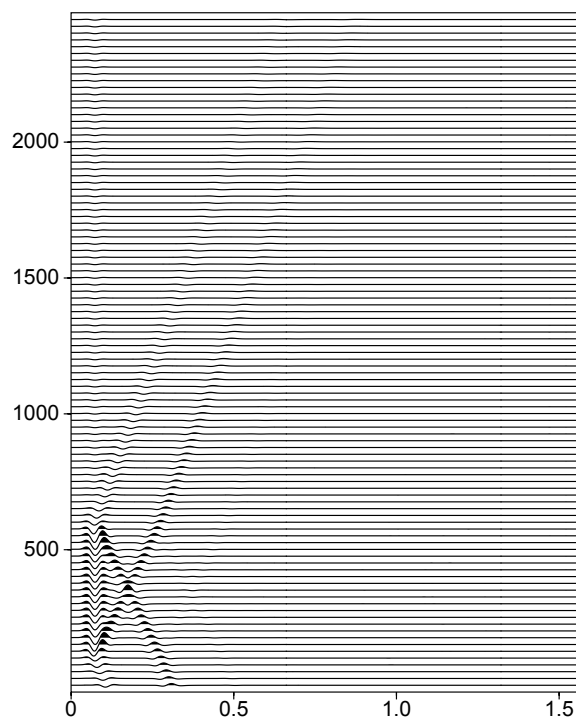


Figura 3.23: suma de los registros de las figuras 3.21 y 3.22

Agregado de ruido

Con el objeto de estudiar cómo las señales codificadas permiten discernir eventos inmersos en ruido, se procedió a sumar ruido a los registros sísmicos obtenidos con la señal *A* y la señal *B* (*figuras 3.19 y 3.20*), obteniendo mediante este procedimiento los registros presentados en las *figuras 3.24 y 3.25* que tratan de representar un caso de registración con ruido extremo. El ruido sumado es aleatorio con una distribución de tipo uniforme y amplitud tal que la relación señal-ruido es $S/R = 2$.

Luego de correlacionar los registros de las *figuras 3.24 y 3.25* con sus respectivas señales de emisión se obtuvieron los registros de las *figuras 3.26 y 3.27*. La suma de estos dos últimos registros se ve en la *figura 3.28*.

Se observa que incluso para este alto nivel de ruido en los registros originales es posible distinguir el evento asociado al objetivo luego del procesamiento. Al comparar las *figuras 3.28* con la *figura 3.23* se ve que el ruido no fue eliminado completamente, aunque la amplitud del mismo es mucho menor que la original y no impide la correcta interpretación del WOC.

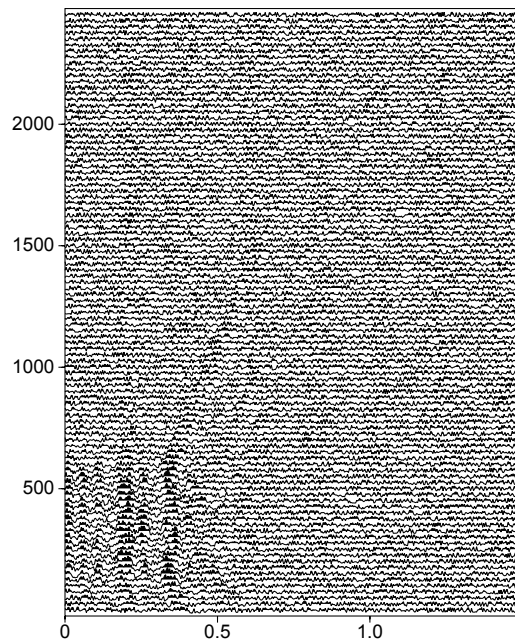


Figura 3.24: registro de la figura 3.19 con agregado de ruido.

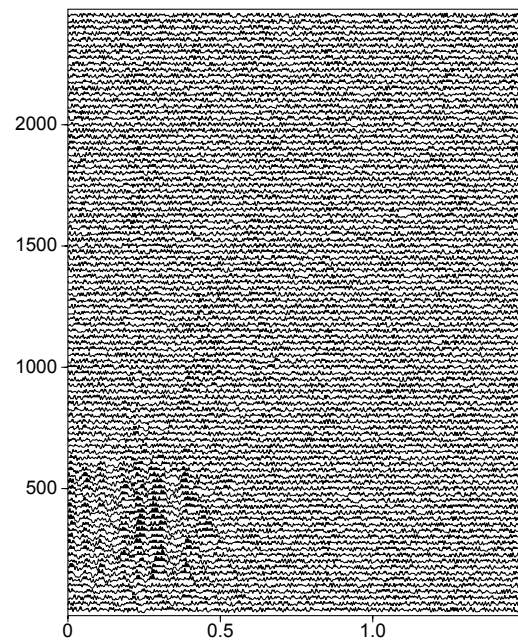


Figura 3.25: registro de la figura 3.20 con agregado de ruido.

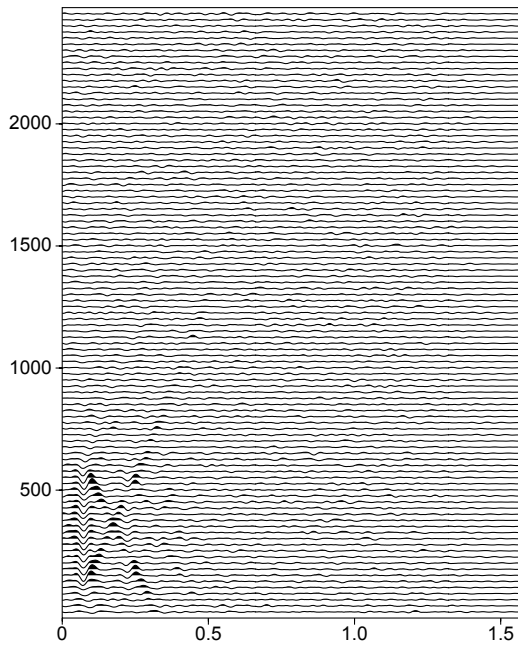


Figura 3.26: registro de la figura 3.24 correlacionado con la señal A.

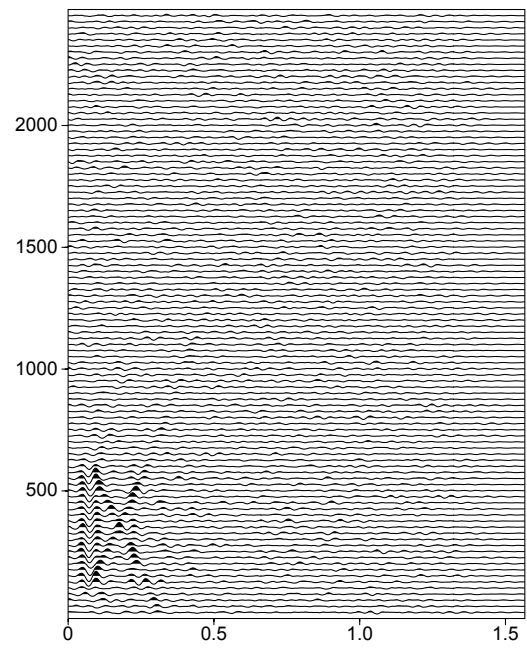


Figura 3.27: registro de la figura 3.25 correlacionado con la señal B.

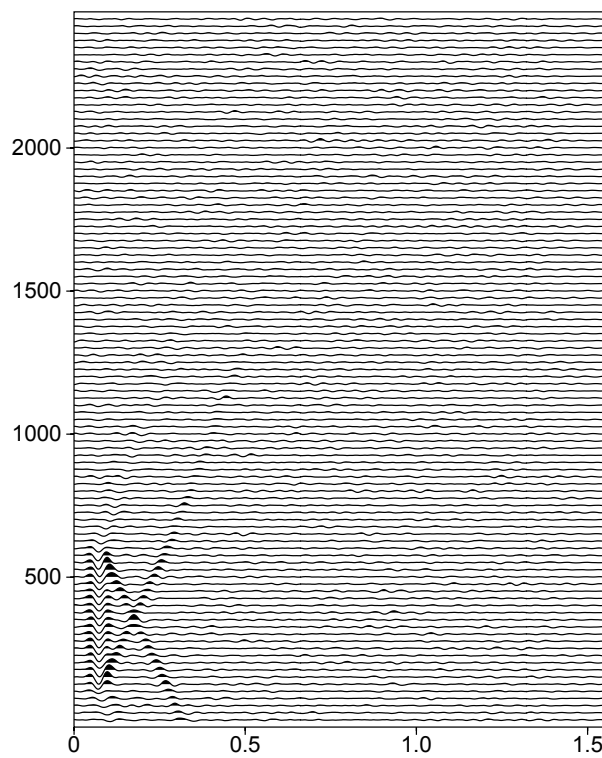


Figura 3.28: suma de los registros de las figuras 3.26 y 3.27

4 Conclusiones y líneas de trabajo futuro

A lo largo de este trabajo fueron presentadas las ecuaciones generales de la electrosísmica y se mostró el procedimiento necesario para reducir este conjunto de ecuaciones a un sistema unidimensional. Luego se planteó la forma en que dicho sistema reducido es resuelto numéricamente mediante el método de elementos finitos.

Mediante simulaciones numéricas se demostró la importancia de modelar con un grillado que tenga en cuenta el skin-depth difusivo en zonas del subsuelo con contraste de propiedades ES y fue comprobada la validez de haber despreciado el término de realimentación en las ecuaciones de Pride para el rango de frecuencias sísmicas.

También, comparando registros obtenidos para diferentes modelos físicos, con un nivel de ruido típico, se pudo determinar la máxima profundidad que un hipotético método electrosísmico permitiría explorar.

Finalmente fueron demostradas las ventajas de emplear señales de excitación codificadas, no sólo por su viabilidad práctica al permitir una inyección gradual de energía en el subsuelo, sino también por su ventaja a la hora de eliminar el ruido de naturaleza aleatoria de los registros ES.

Como línea de trabajo futuro, y como una extensión natural del presente trabajo, se plantea realizar modelado electrosísmico 2D, es decir, modelar fuentes EM bidimensionales. Dependiendo de la geometría de dichas fuentes existirán dos modos: transversal eléctrico (TE) y transversal magnético (TM). En el modo TE, que es el caso de un cable infinito por el cual circula corriente variable en el tiempo, el campo eléctrico es perpendicular al plano en el cual se producen los desplazamientos del sólido y del fluido. Análogamente, en el modo TM, que es el caso de un solenoide de longitud infinita por el cual circula corriente alterna, el campo magnético es perpendicular al plano en el cual se producen los desplazamientos del sólido y del fluido.

5 Referencias

1. Biot, M. A. “Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid”. *J. Appl. Phys.*, 27:459–467, 1956.
2. Biot, M. A. “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:168–171, 1956.
3. Biot, M. A. “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. High frequency range”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:179–191, 1956.
4. Biot, M. A. “Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media”. *J. Appl. Phys.*, 33:1482–1498, 1962.
5. Blau, L. W. y Statham, L. “Method and apparatus for seismic-electric prospecting”. *US Patent No. 2,054,067*, 1936.
6. Block, G. I. y Harris, J. G. “Conductivity dependence of seismoelectric wave phenomena in fluid-saturated sediments”. *J. Geophys. Res.*, 111(B01304) :doi:10.1029/2005JB003798, 2006.
7. Butler, K. E., Russell, R. D., Kepic, A. W. y Maxwell, M. “Measurement of the seismoelectric response from a shallow boundary”. *Geophysics*, 61: 1769, 1996.
8. Cordsen, A., Galbraith, M. y Peirce, J. “Planning Land 3-D Seismic Surveys”. *Geophysical Developments Series No. 9. Society of Exploration Geophysicists*, 2000.
9. Frenkel, J. “On the Theory of Seismic and Seismoelectric Phenomena in Moist Soils”. *J. Phys. U.S.S.R.* 8, 230, 1944.

10. Gassmann, F. “Über die elastizität poröoser medien” (On the elasticity of porous media). *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gessellschaft in Zurich*, 96:1–23, 1951. CHE 1856-1999 246.
11. Golay, M. J. E. “Complementary series”. *IRE Transactions on Information Theory*, 7:82–87, 1961.
12. Haines, S. S. “Seismoelectric imaging of shallow targets”. Dissertation for the degree of doctor of Philosophy, 2004.
13. Haines, S. S. y Pride, S. R. “Seismoelectric numerical modeling on a grid”. *Geophysics*, 71(6):57–65, 2006.
14. Han, Q. y Wang, Z. “Time-domain simulation of SH-wave-induced electromagnetic field in heterogeneous porous media: A fast finite element algorithm”. *Geophysics*, 66(2):448–461, 2001.
15. Hornbostel, S. C., Thompson, A. H., Halsey, T. C., Raschke, R. A. y Davis, C. A. “Nonlinear electroseismic exploration”. *US Patent No. 6,664,788 B2*, 2003.
16. Hornbostel, S. C. y Thompson, A. H. “Waveform design for electroseismic exploration”. *Geophysics*, 72(2):Q1–Q10, 2007.
17. Ivanov, A. “Effect of electrization of earth layers by elastic waves passing through them”. *Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de L'URSS*, 24:42–45, 1939.
18. Johnston, D. L., Koplik, J. y Dashen, R. “Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media”. *J. Fluid Mechanics*, 176:379, 1987.
19. Liu, H-P., Anderson, Don L. y Kanamori, H. “Velocity dispersion due to anelasticity; implications for seismology and mantle composition”. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 147:41–58, 1976.

20. Long, L. T y Rivers, W.K. “Field measurement of the electroseismic response”. *Geophysics*, 40(2):233-245, 1975.
21. Martner, S. T. y Sparks, N. R. “The electroseismic effect”. *Geophysics*, 24(2):297-308, 1959.
22. Maxwell, M., Russell, R. D., Kepic, A. W. y Butler K. E. “Electromagnetic responses from seismically excited targets B: non-piezoelectric phenomena”. *Expl. Geophys.*, 23, 201-208, 1992.
23. Mikhailov, O. V., Haartsen, M. W. y Toksöz, M. N. “Electroseismic investigation of the shallow subsurface: Field measurements and numerical modeling”. *Geophysics*, 62(1):97–105, 1997.
24. Neev, J. y Yeatts, F. R. “Electrokinetic effects in fluid-saturated poroelastic media”, *Phys. Rev. B* 40, 9135 – 9141, 1989.
25. Nourbehecht, B. “Irreversible thermodynamic effects in inhomogeneous media and their applications in certain geoelectric problems”. *Ph.D. thesis, Mass. Inst. Tech., Cambridge*, 1963.
26. Pain, C. C., Saunders, J. H., Worthington, M. H., Singer, J. M., Stuart-Bruges, W., Mason, G. y Goddard, A. “A mixed finite-element method for solving the poroelastic Biot equations with electrokinetic coupling”. *Geophys. J. Int*, 160:592–608, 2005.
27. Pride, S. R. y Morgan, F. D. “Electrokinetic dissipation induced by seismic waves”. *Geophysics*, 56(7):914-925, 1991
28. Pride, S. R. “Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media”. *Physical Review B*, 50:15678–15696, 1994.
29. Pride, S. R. y Haartsen, M. W. “Electroseismic wave properties”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 100(3):1301–1315, 1996.

30. Pride, S. R. y Garambois, S. “The role of Biot slow waves in electroseismic wave phenomena”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 111(2):697–706, 2002.
31. Russel, R. D., Butler, K. E., Kepic, A. W. y Maxwell, M. “Seismoelectric exploration”. *The Leading Edge*, 1611-1615, 1997.
32. Santos, J. E., Corbero, J. M., Ravazzoli, C. L. y Hensley, J. L. “Reflection and transmission coefficients in fluid-saturated porous media”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 91:1911–1923, 1992.
33. Santos, J. E. “Global and domain-decomposed mixed methods for the solution of Maxwell’s equation with application to magnetotellurics”. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 14:263–280, 1998.
34. Santos, J. E. y Sheen, D. “On the existence and uniqueness of solutions to Maxwell’s equations in bounded domains with application to magnetotellurics”. *Math. Models Meth. Appl. Sci.*, 10:615–628, 2000.
35. Santos, J. E., Ravazzoli, C. L. y Carcione, J. M. “A model for wave propagation in a composite solid matrix saturated by a single-phase fluid”. *Journal of the Acoustical Society of America*, 115(6):2749–2760, 2004.
36. Santos, J. E., Ravazzoli, C. L., Gauzellino, P. M., Carcione, J. M. y Cavallini, F. “Simulation of waves in poro-viscoelastic rocks saturated by immiscible fluids. Numerical evidence of a second slow wave”. *Journal of Computational Acoustics*, 12(1):1–21, 2004.
37. Santos, J. E. y Sheen, D. “Finite element methods for the simulation of waves in composite saturated poroviscoelastic materials”. *SIAM J. Numer. Anal.*, 45(1):389–420, 2007.
38. Thompson, R. R. “The seismic electric effect”. *Geophysics*, 1:327-335, 1936.

39. Thompson, R. R. “A note on the seismic-electric effect”. *Geophysics*, 4:102-105, 1939.
40. Thompson, A. H. y Gist, G. A. “Geophysical applications of electrokinetic conversion”. *The Leading Edge*, 12:1169–1173, 1993.
41. Thompson, A. H. y Gist, G. A. “Geophysical prospecting”. *US Patent No. 5,877,995*, 1999.
42. Thompson, A. H. “Electromagnetic-to-seismic conversion: successful developments suggest viable applications in exploration and production”. *75th SEG Annual Meeting Expanded Abstracts*, 24:554-556, 2005.
43. Thompson A. H, Hornbostel, S., Burns, J., Murray, T., Raschke, R., Wride, J., McCammon, P., Sumner, J., Haake, G., Bixby, M., Ross, W., White, B., Zhou, M. y Peczak, P. “Field tests of electroseismic hydrocarbon detection”. *75th SEG Annual Meeting Expanded Abstracts*, 565–568, Houston, 2005. SEG.
44. Thompson, A. H., Hornbostel, S., Burns, J., Murray, T., Raschke, R., Wride, J., McCammon, P., Sumner, J., Haake, G., Bixby, M., Ross, W., White, B. S., Zhou, M. y Peczak, P. “Field tests of electroseismic hydrocarbon detection”. *Geophysics*, 72:N1-N9, 2007.
45. Ward, S. y Hohmann, G. W. “Electromagnetic theory for geophysical applications”. In M. N. Nabighian, editor, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, volume 1 of *SEG Investigations in Geophysics 3*. SEG, 1987.
46. White, B. S. “Asymptotic theory of electroseismic prospecting”. *SIAM J. Appl. Math.*, 65(4):1443–1462, 2005.
47. White, B. S. y Zhou, M. “Electroseismic prospecting in layered media”. *SIAM J. Appl. Math.*, 67(1):69–98, 2006.

48. Zyserman, F. I., Guarracino, L. y Santos, J. E. “A hybridized mixed finite element domain decomposed method for two-dimensional magnetotelluric modelling”. *Earth, Planets and Space*, 51:297–306, 1999.
49. Zyserman, F. I. y Santos, J. E. “Parallel finite element algorithm for three-dimensional magnetotelluric modelling”. *Journal of Applied Geophysics*, 44:337–351, 2000.